Indice

Possiamo immaginare che questo complicato apparato di cose in movimento che chiamiamo 'mondo' sia simile a una partita di scacchi giocata dagli dei, di cui noi siamo spettatori. Non conosciamo le regole del gioco; tutto ciò che ci è permesso è guardare la partita. Naturalmente, se guardiamo abbastanza a lungo, alla fine afferreremo alcune regole di base.

Le regole del gioco sono ciò che chiamiamo fisica fondamentale.

(R. Feynman)

Introduzione

L' esperimento MEG si propone di misurare il rapporto di decadimento $B = \frac{\mu^+ \to e^+\gamma}{\mu^+ \to TOT}$ al livello di $\approx 10^{-13}$. Il Modello Standard (MS) prevede una completa conservazione del numero leptonico a tutti gli ordini, quindi $B = 0$. Se modificato, con l' introduzione di una massa dei neutrini diversa da zero, il nuovo modello prevede un B non misurabile ($B < 10^{-40}$). Tuttavia alcune delle teorie di grande unificazione supersimmetrica prevedono B molto più alti ($B \approx 10^{-14} - 10^{-11}$). In questo senso l' esperimento MEG può dare un importante contributo nell'esplorare la fisica al di là del MS.
La segnatura del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$ è l'emissione di una coppia positrone fotone con le due particelle in direzioni opposte, con un'energia di ≈ 52.8 MeV ciascuna (il decadimento del muone avviene a riposo). Una buona identificazione del processo richiede un riconoscimento delle due particelle ed una misura ad elevata risoluzione della loro energia, dell'angolo relativo e della contemporaneità della loro emissione.
I nuovi rivelatori basati sull'uso di gas nobili liquefatti permettono interessanti progressi nella calorimetria ad alta precisione, soprattutto grazie al grande numero di fotoni prodotti per scintillazione. In particolare lo xenon liquido è un ottimo mezzo di rivelazione per la sua rapida risposta, per il grande numero atomico e per la sua alta densità. Studi teorici e sperimentali sono stati svolti per determinare i parametri ottici fondamentali dello xenon.
In questa tesi discuteremo tali proprietà e ricaveremo una relazione tra indice di rifrazione e lunghezza di diffusione Rayleigh.
Non è facile disporre di fotoni quasi monocromatici all'energia corrispondente a quella attesa nel decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$. La reazione di scambio carica di pioni negativi su protoni fornisce un'utile sorgente di fotoni con le caratteristiche desiderate. Discuteremo perciò l'uso di un bersaglio ad idrogeno liquido e la sua ottimizzazione. Presenteremo la misura di fotoni da 54.9 MeV, mediante un prototipo del calorimetro, confrontando i risultati con

quelli previsti dalle simulazioni Monte Carlo. Analizzeremo la risposta dei fotomoltiplicatori durante questo test. Presenteremo uno studio del comportamento dei fotomoltiplicatori a bassa temperatura, effettuato mediante un piccolo apparato criogenico.

Capitolo 1

Motivazioni fisiche

Il Modello Standard (SM) prevede completa conservazione del sapore leptonico. L'introduzione di neutrini con massa diversa da zero, di nuove interazioni o particelle può essere caratterizzata da $B(\mu^+ \to e^+\gamma) \equiv \frac{\Gamma(\mu^+ \to e^+\gamma)}{\Gamma_{tot}} \neq 0$. Nel contesto del Modello Standard il contributo alla violazione del sapore leptonico (LVF) per neutrini con massa diversa da zero è attualmente non misurabile. Presenteremo alcune delle teorie di grande unificazione che prevedono valori di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ sufficientemente grandi da poter essere studiate mediante esperimenti presenti o futuri.

1.1 Il Modello Standard

La fisica delle particelle elementari è descritta dal Modello Standard, una teoria di gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [1], [2]. I campi fermionici liberi, i bosoni di gauge (mediatori delle interazioni fondamentali forte, debole ed elettromagnetica) e il campo di Higgs, che dà massa ai primi e ai secondi conservando la rinormalizzabilità della teoria, sono introdotti come campi elementari. Indicheremo i campi associati ai quark e ai leptoni rispettivamente con q_{ij}, l_{ij}, dove i=1,2,3 distingue tra le tre famiglie di sapore, j=L,R distingue tra le proiezioni chirali sinistro-gira e destro-gira (gli operatori di proiezioni chirale sono rispettivamente $P_L \equiv (1-\gamma_5)/2$ e $P_R \equiv (1+\gamma_5)/2$). I campi dei quark sinistro-giro e destro-giro e quelli dei leptoni sinistro-giro sono dei doppietti di $SU(2)_L$. I campi leptonici destro-giro dei leptoni sono descritti da stati di singoletto. In formula:

$$q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \, l_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L \, q_{iR} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_R \, l_{iR} = \begin{pmatrix} e_i \end{pmatrix}_R \tag{1.1}$$

Il campo di Higgs lo indicheremo con H, con componenti:

$$H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

I campi bosonici associati ai gruppi $SU(3)_C, SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ sono indicati rispettivamente con G_μ, A_μ e B_μ e i generatori corrispondenti al gruppo $SU(3)$ e $SU(2)$ rispettivamente con λ_a (con a=1,8; le matrici di Gell-Mann) e con τ_a (con a=1,3; le matrici di Pauli). La lagrangiana dell'SM può essere scritta come la somma di tre termini, la lagrangiana di gauge, di Higgs e di Yukawa [3]:

$$L_{SM} = L_{gauge} + L_{Higgs} + L_{Yukawa} \tag{1.3}$$

La lagrangiana di gauge descrive i campi fermionici e bosonici (di gauge) liberi, le loro interazioni e l'accoppiamento con il campo di Higgs:

$$\begin{aligned} L_{gauge} = & \sum_{SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} \\ & + \sum_{q,l} i\overline{\psi}_{ij} \gamma^\mu D_\mu \psi_{ij} \\ & + |D_\mu H|^2 \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\tag{1.5}$$

dove $F^a_{\mu\nu}$ è il tensore del campo di gauge definito dalla relazione:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu - c f_{abc} G^b_\mu G^c_\nu \tag{1.6}$$

con f_{abc} le costanti di struttura del gruppo considerato ($SU(3), SU(2), U(1)$) e c la costante di accoppiamento (g_s, g, g' rispettivamente per l'interazione forte,debole ed elettromagnetica). Nel caso semplice di $U(1)_L$ il gruppo è abeliano e le costanti di struttura sono nulle. D_μ è la derivata covariante definita dalla seguente:

$$D_\mu = \partial_\mu + i g_s \frac{\lambda^a}{2} G^a_\mu + i g \frac{\tau^a}{2} A^a_\mu + i g' Q_Y B_\mu \tag{1.7}$$

La langrangiana di Higgs descrive il potenziale di Higgs, che introduce nella lagrangiana di gauge una rottura spontanea di simmetria,

$$L_{Higgs} = -(-\mu^2|H|^2 + \lambda|H|^4) \tag{1.8}$$

I bosoni di gauge $W^{\pm}, Z^0$ acquistano massa. I valori predetti sono $m_W = gv/2$ e $m_Z = \sqrt(g^2 + g'^2)v/2$. Il bosone di Higgs ha massa $m_H = \sqrt(2\lambda)v$. Il fotone e i gluoni hanno massa nulla.
Infine la lagrangiana di Yukawa è associata ai termini di massa dei campi fermionici. In formula:

$$L_{Yukawa} = -[\overline{e}_{iR}(m_e)ije_{jL} + \overline{d}_{iR}(m_d)_{ij}d_{iL} + \overline{u}_{iR}(m_u)_{ij}u_{iL}] + H.C. \tag{1.9}$$

dove $e_{iR(L)}$,$d_{iR(L)}$ e $u_{iR(L)}$ rappresentano rispettivamente i campi leptonici, i quark di tipo down e up. Le masse sono collegate alle costanti di accoppiamento di Yukawa dalle relazioni $(m_e)_{ij} = -(y_e)_{ij}(v/\sqrt{2})$, $(m_d)_{ij} = -(y_d)_{ij}(v/\sqrt{2})$ e $(m_u)_{ij} = -(y_u)_{ij}(v/\sqrt{2})$. Gli autostati di massa dei quark non coincidono con gli autostati dell'interazione debole, ma con una loro combinazione lineare. Viene così indotto un mescolamento del sapore. La forma della lagrangiana che descrive l'interazione debole acquista la forma:

$$L = -\frac{g}{\sqrt{2}}[\overline{u}_{iL}\gamma^{\mu}(V_{CKM})_{ij}d_{jL}W^{+}_{\mu} + \overline{d}_{iL}\gamma^{\mu}(V_{CKM})^{*}_{ji}u_{jL}W^{-}_{\mu}] \tag{1.10}$$

dove $(V_{CKM})_{ij}$ è la matrice di mescolamento (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa). Al contrario, per i leptoni, non esiste l'analogo della matrice di mescolamento poichè i neutrini hanno massa nulla. La lagrangiana che descrive l'interazione della corrente debole carica è:

$$L = -\frac{g}{\sqrt{2}}[\overline{\nu}_{iL}\gamma^{\mu}e_{iL}W^{+}_{\mu} + \overline{e}_{iL}\gamma^{\mu}\nu_{iL}W^{-}_{\mu}] \tag{1.11}$$

I numeri leptonici corrispondenti a ciascuna famiglia sono così conservati separatamente.

1.1.1 Interazione del muone nel Modello Standard

La lagrangiana che descrive l'interazione del muone nel Modello Standard è data dalla seguente [3]:

$$L = e\overline{\mu}\gamma^{\mu}\mu A_{\mu} - \frac{g}{\sqrt{2}}(\overline{\nu}_{\mu L}\gamma^{\mu}\mu_L W^{+}_{\mu} + \overline{\mu}_L\gamma^{\mu}\nu_{\mu L}W^{-}_{\mu})$$

$$-\sqrt(g^2 + g'^2)\left[\overline{\mu}_L\gamma^{\mu}\left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W\right)\mu_L + \overline{\mu}_R\gamma^{\mu}\sin^2\theta_W\mu_R\right]Z^0_{\mu} - \frac{m_{\mu}}{v}\overline{\mu}\mu H$$

dove θ_W è l'angolo di Weinberg definito mediante la relazione $\sin\theta_W = g'/\sqrt{(}g^2 + g'^2)$ e $e = g\sin\theta_W$. Il decadimento del muone è associato alla corrente dell'interazione debole carica. L'interazione a quattro fermioni è data dalla.

$$L_{Fermi} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}[\overline{\mu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_\mu\overline{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_e + \overline{\nu_e}\gamma^\mu(1-\gamma_5)e\overline{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_\mu] \tag{1.12}$$

dove G_F è la costante di accoppiamento di Fermi, collegata alla costante di accoppiamento debole dalla relazione:

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}m_W^2} \tag{1.13}$$

con m_W la massa dei bosoni $W^\pm$. Questa interazione descrive i decadimenti del muone standard $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu$ e $\mu^- \to e^-\overline{\nu}_e\nu_\mu$.

1.2 Modelli con massa del neutrino diversa da zero

Il modo più semplice di violare la conservazione del sapore leptonico è quella di introdurre nel modello standard neutrini con massa diversa da zero. Il problema dei neutrini solari e di quelli atmosferici ha come possibile spiegazione l'oscillazione dei neutrini, e questo è quanto emerso sperimentalmente. L'estensione del Modello Standard minimale può essere fatta introducendo un neutrino destro-giro ν_R, che è uno stato di singoletto sotto $SU(2) \times U(1)$, associato al campo leptonico carico corrispondente e_R. In questo modo il termine di massa del neutrino di Dirac (introdotta la massa del neutrino distinguiamo tra neutrino di Dirac e di Majorana) può essere costruito in maniera analoga a quanto fatto per i leptoni sinistro-giri ed i quark. Leptoni e quark sono caratterizzati dallo stesso meccanismo di generazione delle masse. Una questione non facile da capire è perchè le masse dei neutrini siano molto più piccole di quelle delle altre particelle. I limiti superiori delle masse determinati sperimentalmente sono $\nu_e < 3\ eV/c^2$, $\nu_\mu < 190\ KeV/c^2$ e $\nu_\tau < 18.2\ MeV/c^2$. L'introduzione di neutrini massivi rende non nulla la probabilità del decadimento $\mu \to e\gamma$. Il rapporto di decadimento predetto usando neutrini di Dirac massivi e il loro mescolmento è dato dalla seguente:

$$B(\mu \to e\gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \left| \sum_i (V^*_{PMNS})_{\mu i} (V_{PMNS})_{ei} \frac{m^2_{\nu_i}}{m^2_W} \right|^2 \tag{1.14}$$

dove $(V_{PMNS})_{ai}$ è la matrice di mescolamento del sapore leptonico (la matrice di Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata), definita dalla relazione:

$$\nu_{La} = \sum (V_{PMNS})_{ai} \nu_{Li} \tag{1.15}$$

con ν_{La} il campo del neutrino nella base dell'interazione debole e ν_{Li} il campo del neutrino nella base degli autostati di massa. La larghezza di decadimento è depressa dal rapporto dei quadrati della massa del neutrino e del bosone W. Se assumiamo mescolamento solo tra i primi due sapori leptonici (e, μ), la matrice di mescolamento è determinata da un solo parametro θ con gli elementi di matrice $V_{e1} = V_{\mu 2} = \cos\theta$ e $V_{e2} = -V_{\mu 1} = \sin\theta$. La larghezza di decadimento attesa diventa [4]:

$$\Gamma(\mu^+ \to e^+\gamma) = \frac{1}{16} \frac{G_F^2 m_\mu^5}{128\pi^3} \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{M_W^2} \right)^2 \sin^2\theta \cos^2\theta \tag{1.16}$$

dove è stata usata l'uguaglianza $\sin^2\theta\cos^2\theta = \sum_i |V_{ei}V_{\mu i}|^2$. Normalizzando rispetto alla larghezza di decadimento standard $G_F^2 m_\mu^5/64\pi^3$ la (1.16) diventa:

$$B(\mu^+ \to e^+\gamma) = 5 \times 10^{-48} [\Delta m^2 (eV)^2]^2 \sin^2\theta \cos^2\theta \tag{1.17}$$

dove è stato introdotto il valore numerico della massa di W. I parametri Δm^2 e $\sin 2\theta$ presenti nella (1.17) sono stati misurati dalla collaborazione KamLAND nel contesto delle oscillazioni di neutrini tra due sapori leptonici, assumendo invarianza CPT ([5]). I risultati delle analisi preliminari sono stati $\Delta m^2 = 6.9 \times 10^{-5}$ e $\sin 2\theta = 0.91$ al 95% C.L. Sostituendo questi valori nella 1.17 si ottiene $B(\mu^+ \to e^+\gamma) < 10^{-48}$, un rapporto di decadimento non misurabile. Approcci teorici diversi possono aumentare notevolmete questo valore. Ci limitiamo di seguito a considerare solo quei modelli che prevedono valori di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ attualmente rivelabili.

1.3 Teorie di grande unificazione supersimmetriche

I gruppi di gauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ sono in realtà sconnessi tra di loro. Le costanti di accoppiamento ad essi associate sono collegate da parametri

Particelle SM	Spin	Particelle SUSY	Spin
quark (q)	$\frac{1}{2}$	squark $\tilde{q}$	0
leptoni (l)	$\frac{1}{2}$	sleptoni $\tilde{l}$	0
gluoni (G)	1	gluino $\tilde{g}$	$\frac{1}{2}$
$W^{\pm}$, Z^0, γ	1	chargino $\tilde{\chi}_i^{\pm}$ (i=1-2)	$\frac{1}{2}$
bosone di Higgs H	0	neutralino $\tilde{\chi}_i^0$ (i=1-4)	$\frac{1}{2}$

Tabella 1.1: Particelle supersimmetriche associate a quelle previste dal Modello Standard

definiti sperimentalmente. Si potrebbe assumere che il Modello Standard sia un sottogruppo di una teoria di gauge che lo ingloba. Quest'ultima capace di descrive la fisica delle particelle ad energie più elevate. Questa teoria di gauge di grande unificazione (GUT) è a sua volta caratterizzata da una costante di accoppiamento g_G alla quale sono collegate tutte le altre costanti. Nell'ambito delle teorie GUT ci limiteremo a presentare i rapporti di decadimento attesi per il processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ come previste dalle teorie SUSY GUT. L'estensione minimale SUSY del modello standard è chiamata modello standard supersimmetrico minimale (MSSM). Ad ogni campo elementare in SM è associato un campo SUSY con spin che differisce da quello in SM di 1/2. Ai campi fermionici sono associati campi bosonici di spin 0 e ai campi bosonici sono attribuiti campi fermionici di spin 1/2. In Tabella1.1 sono riportate le particelle nel contesto del modello MSSM. In Figura 1.1 riportiamo i valori predetti dalla teoria SU(5) SUSY GUT per tipici parametri SUSY. Il rapporto di decadimento $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ raggiunge valori dell'ordine di 10^{-14} per masse dei sleptoni di qualche centinaio di GeV/c^2. I parametri d'ingresso usati per calcolare i valori attesi per il processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ sono la massa del gaugino M_2 e il rapporto dei due valori d'aspettazione sul vuoto dei campi di Higgs $\tan\beta =< H_2^0 > / < H_1^0 >$. La costante di accoppiamento trilineare è $A_0 = 0$. Notevoli contributi a $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ sono attesi nel modello SO(10) SUSY GUT. In Figura 1.2 riportiamo i rapporti di decadimento attesi con gli stessi parametri d'ingresso già usati per SU(5) SUSY GUT.

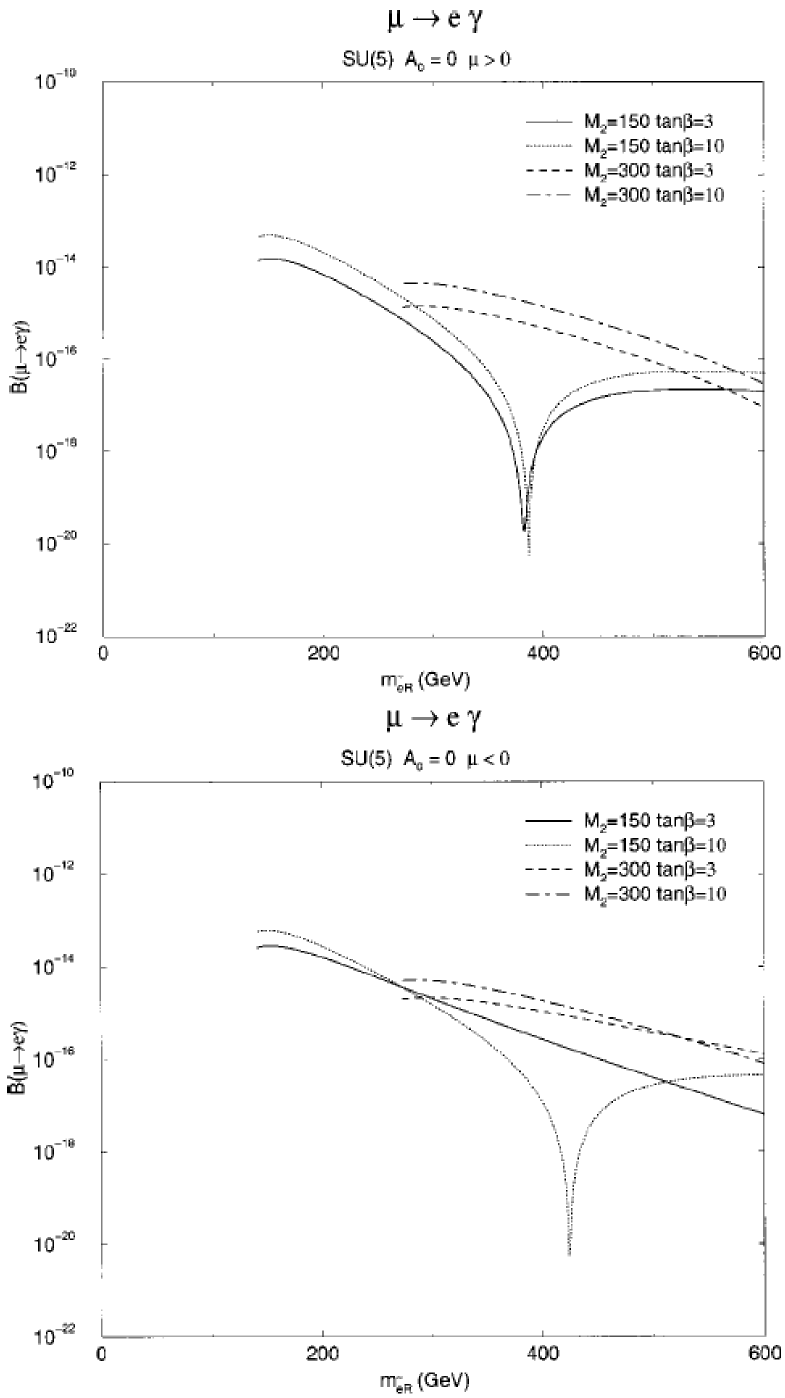


Figura 1.1: Valori di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ per tipici parametri della teoria SU(5) SUSY GUT.

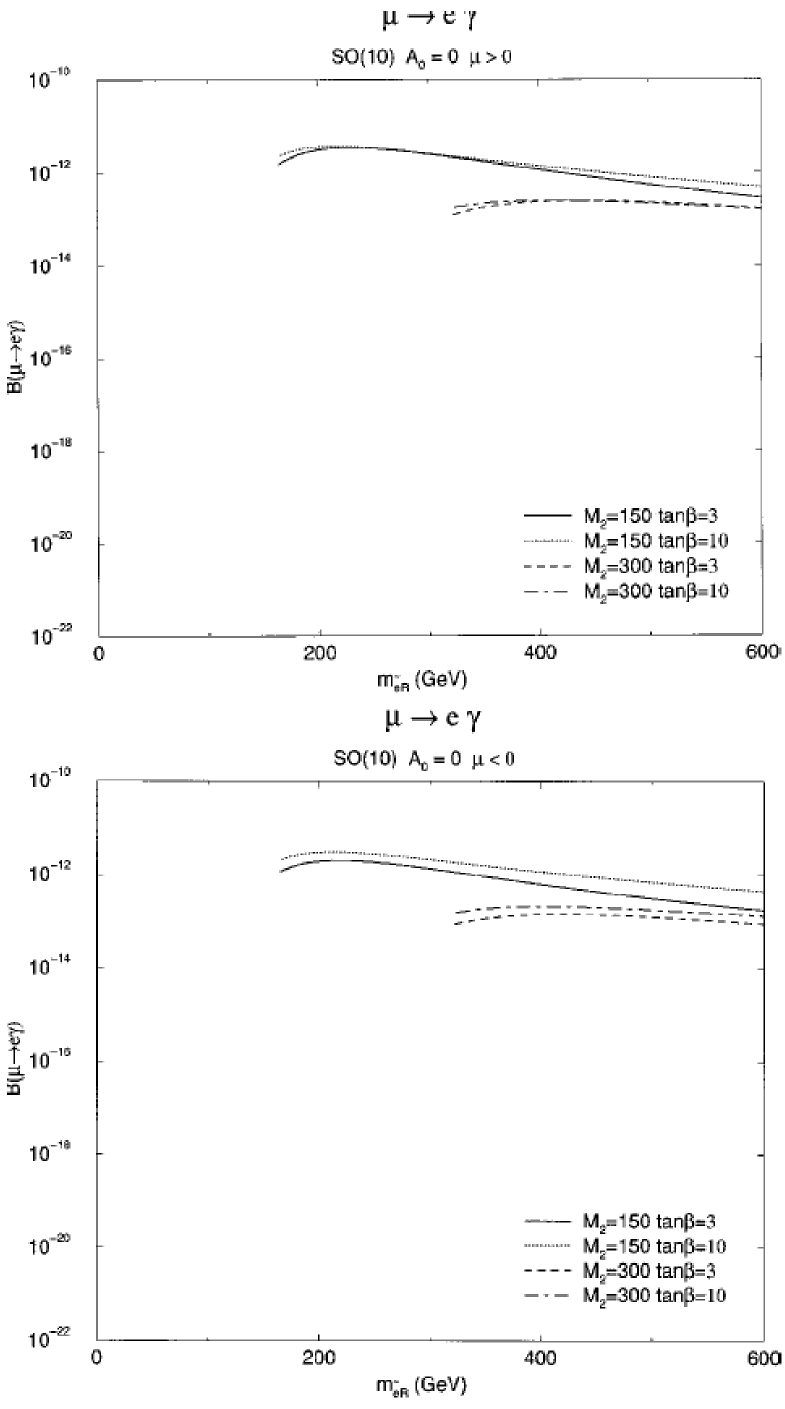


Figura 1.2: Valori di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ per tipici parametri della teoria SO(10) SUSY GUT.

1.4 Fenomenologia del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$

La segnatura del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$ a riposo è l'emissione di un positrone e di un fotone in coincidenza, in direzioni opposte con energia pari alla metà della massa del muone ($m_\mu/2 = 52.8\ MeV$). L'analogo processo di decadimento a riposo, coniugato di carica, $\mu^- \to e^-\gamma$ non può essere usato per eseguire la stessa misura, perchè i muoni negativi sono catturati dai nuclei del mezzo impiegato per rallentarli. Due sono i tipi di fondo principali che devono essere considerati. Il fondo fisico dal decadimento radiativo del muone, $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$, quando il positrone ed il fotone sono emessi in direzioni opposte, con i neutrini di impulso trascurabile. Il fondo accidentale dalla coincidenza di un positrone emesso dal decadimento del muone standard, $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu$, e di un fotone di alta energia, prodotto da decadimento $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$, annichilazione in volo o bremsstrahlung dei positroni emessi nel decadimento standard.

1.4.1 Fondo fisico

Il fondo indotto dal decadimento radiativo $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$ è molto importante per energie del fotone $E_\gamma > 10$ MeV, per le quali B($\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$)=1.4%. Il rapporto di decadimento differenziale per questo processo è stato calcolato in funzione dell'energia del positrone e del fotone, normalizzate rispetto all'energia massima, in formula rispettivamente $x = 2E_e/m_\mu$ e $y = 2E_\gamma/m_\mu$ [3]. Il caso cinematico importante si ha quando $x \approx 1$ e $y \approx 1$. Poniamo δx, δy e δz rispettivamente le larghezze (FWHM) per x, y e $z = \pi - \theta_{e\gamma}$, che selezionano la regione del segnale, con $\theta_{e\gamma}$ pari all'angolo tra il positrone ed il fotone. In Figura 1.3 è riportato come varia il rapporto di decadimento effettivo del fondo fisico dal processo $\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$ in funzione delle risoluzioni in energia per positroni e fotoni descritte dalle variabili δx, δy. E' considerato il caso $\delta z \leq 2\sqrt{(\delta x \delta y)}$. E' importante osservare che solo per valori $\delta x = \delta y \approx 0.01$ $B(\mu^+ \to e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma) < 10^{-13}$. Questi numeri suggeriscono risoluzioni molto spinte in energia ed in posizione affinchè la misura del rapporto di decadimento $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ possa essere eseguita.

1.4.2 Fondo accidentale

Nel caso di elevati conteggi di muoni incidenti, il fondo accidentale dà un contributo notevole. Questa è la situazione sperimentale nella quale ci tro-

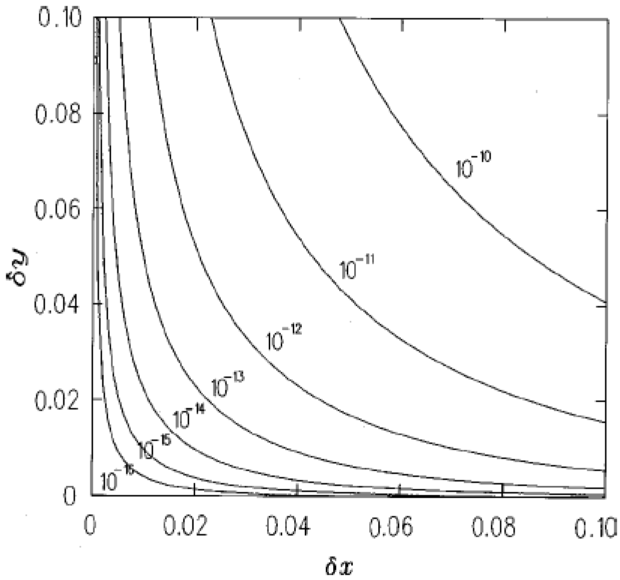


Figura 1.3: $B(\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma)$ in funzione della risoluzione in enegia del positrone e del fotone, rispettivamente δx, δy.

viamo ad operare, in cui sono impiegati fasci di muoni positivi con flussi dell'ordine di $10^8\mu^+/s$. L'espressione analitica mediante la quale è possibile stimare questo tipo di fondo si può scrivere come segue [3]:

$$B_{acc} = R_\mu f_e f_\gamma \Delta t_{e\gamma} \left(\frac{\Delta\omega_{e\gamma}}{4\pi}\right)^2 \tag{1.18}$$

dove R_μ è l'intensità del fascio di muoni positivi; f_e e f_γ sono rispettivamente le frazioni integrate degli spettri dei positroni e dei fotoni prodotti nei decadimenti standard, all'interno della regione selezionata del segnale. Gli ultimi due fattori, $\Delta t_{e\gamma}$ e $(\Delta\omega_{e\gamma}/4\pi)$, selezionano la risoluzione temporale ed angolare nella regione del segnale. Per fissare l'ordine di grandezza del fondo accidentale, dati $\Delta t_{e\gamma}$ e $\Delta\omega_{e\gamma}$, è necessario stimare i fattori f_e e f_γ. Il primo, f_e, può essere ottenuto integrando lo spettro dei positroni dal decadimento standard (spettro di Michel) sull' intervallo $1 - \delta x \leq x \leq 1$. Si ottiene $f_e \approx 2\delta x$. Si ripete per f_γ integrando lo spettro dei fotoni emessi da decadimento standard $\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\overline{\nu}_\mu\gamma$ sull'intervallo $1 - \delta y \leq y \leq 1$. In questo caso si ha $f_\gamma \approx (\delta\gamma)^2$. Assumiamo i seguenti valori per i vari fattori che compaiono nella (1.18): $R_\mu \approx 3\times10^8\mu^+/s$, risoluzione in energia dei positroni (FWHM) $\delta x \approx 1\%$, risoluzione in energia dei fotoni (FWHM) $\delta y \approx 6\%$, $\Delta\omega_{e\gamma} \approx 3\times10^{-4}$ sr e $\Delta t \approx 1$ ns, il fondo accidentale atteso è $B_{acc} = 3\times10^{-13}$. Questo valore è confrontabile con il rapporto di decadimento che si vuole misurare. E' pertanto necessario migliorare il più possibile le risoluzioni dei rivelatori impiegati per ottenere un miglior rapporto segnale-rumore.

1.5 Stato sperimentale della ricerca $\mu^+ \to e^+\gamma$

Le prime ricerche sperimentali del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$ risalgono a circa 50 anni fa. La prima misura pionieristica è stata eseguita da Hincks e Pontecorvo nel 1947, i quali riuscirono a stabilire un limite superiore al rapporto di decadimento $B(\mu^+ \to e^+\gamma) < 0.1$ [6]. Esperimenti successivi hanno migliorato questo limite, dando corpo, nel 1958, all'ipotesi dell'esistenza di due diversi tipi di neutrini. La predizione teorica di Feinberg nel 1958 [7] di $B(\mu^+ \to e^+\gamma) \approx 10^{-4}$, non osservata sperimentalmente ($B(\mu^+ \to e^+\gamma) < 2 \times 10^{-5}$ [8]), conduce all'ipotesi che il processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ sia vietato, a causa della conservazione del sapore leptonico. Nel 1959 Pontecorvo [9] suggerisce un esperimento ad acceleratore per verificare l'ipotesi $\nu_\mu \neq \nu_e$. La conferma di ciò fu ottenuta nel 1962 (Danby et al. [10]). Questo esperimento stabilisce definitivamente la legge di conservazione dei singoli sapori leptonici. Essendo $\mu^+ \to e^+\gamma$ un processo di fisica fondamentale, con lo sviluppo di sorgenti intense di muoni sono state incrementate le ricerche in questo settore. Il limite superiore del rapporto di decadimento $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ è quello derivato dalle misure eseguite dalla collaborazione MEGA: $B(\mu^+ \to e^+\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$ [15]. Attualmente la ricerca di questo processo ha acquistato maggiore importanza quale sensibile sonda delle predizioni di violazione della conservazione del numero leptonico, prevista dalle teorie supersimmetriche. In Tabella 1.2 riportiamo i progressi storici ottenuti negli ultimi anni, relativamente alla misura di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$. Sono riportate le risoluzioni delle quattro variabili necessarie per la ricostruzione degli eventi. Un confronto è anche fatto con i valori previsti per l'esperimento MEG. E' possibile osservare che solo un continuo miglioramento delle risoluzioni nelle singole variabili permetterà di raggiungere i valori di $B(\mu^+ \to e^+\gamma)$ attualmente di interesse per l'esplorazione della fisica al di là del Modello Standard.

Laboratorio	Anno	ΔE_e	ΔE_γ	$\Delta t_{e\gamma}$ (ns)	$\Delta\theta_{e\gamma}$ $(mrad)$	Limite Sup.	Ref
TRIUMF	1977	10%	8.7%	6.7		3.6×10^{-9}	[11]
SIN	1980	8.7%	9.3%	1.4		1.0×10^{-9}	[12]
LANL	1982	8.8%	8%	1.9	37	1.7×10^{-10}	[13]
LANL	1988	8%	8%	1.8	87	4.9×10^{-11}	[14]
LANL	1999	1.2%	4.5%	1.6	15	1.2×10^{-11}	[15]
PSI	2006	$0.7 - 0.9\%$	4%	0.15	$17 - 20.5$	$\approx 10^{-13}$	[16]

Tabella 1.2: Progressi storici per la ricerca $\mu \to e\gamma$. Le risoluzioni sono espresse in FWHM.

Capitolo 2

Apparato sperimentale MEG

La segnatura del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$ a riposo è l'emissione di un positrone e di un fotone in coincidenza, in direzioni opposte con energia pari alla metà della massa del muone ($m_\mu/2 = 52.8\ MeV$). L'identificazione di un evento richiede la misura dell'energia, della direzione di volo e del tempo relativo delle due particelle. Sono richieste risoluzioni molto spinte per ridurre i contributi al fondo, rendendo possibile la misura del processo raro. L'esperimento MEG sarà condotto al PSI, impiegando il fascio più intenso di muoni al momento disponibile al mondo. L'impulso e la traiettoria del positrone sono determinati mediante il magnete superconduttore COBRA e un sistema di camere a drift, il suo tempo di volo è misurato tramite contatori a scintillazione. Energia, direzione e tempo di volo del fotone sono misurati mediante il calorimetro a Xenon liquido (LXe). Le caratteristiche di quest'ultimo rivelatore saranno studiate nei capitoli successivi in dettaglio. Uno schema dei rivelatori è presentato in Figura 2.1 e 2.2 [16].

2.1 Fascio e bersaglio

Il raggiungimento di una buona sensibilità di singolo evento del processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ ha come punto di partenza l'uso di un fascio di muoni di alta intensità. Pioni positivi sono prodotti facendo incidere protoni di energia cinetica di 590 MeV su un bersaglio di carbonio di 4 cm di spessore. Parte dei pioni positivi sono arrestati nel bersaglio e solo i muoni da decadimento a riposo sono catturati e trasportati mediante il canale $\pi E5$. L'energia cinetica dei muoni è $\approx$ 3.6 MeV ed il range corrispondente, ad esempio in

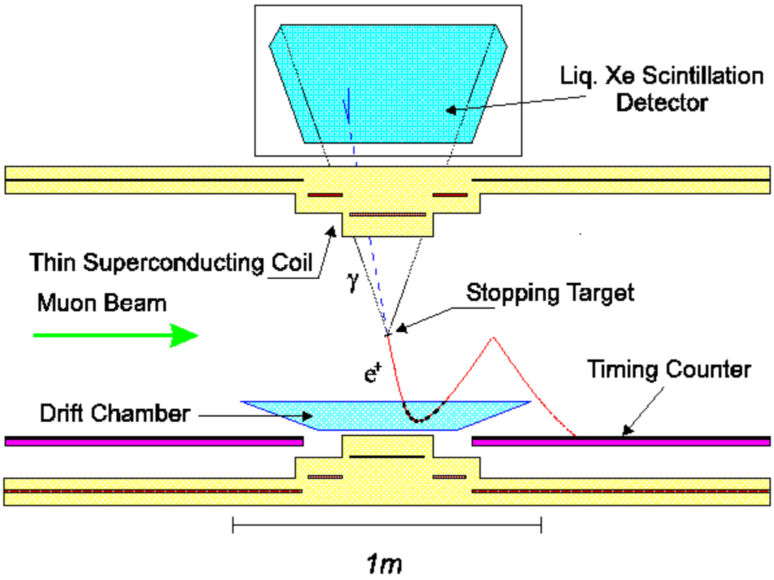


Figura 2.1: Vista schematica dei rivelatori usati per l'esperimento MEG.

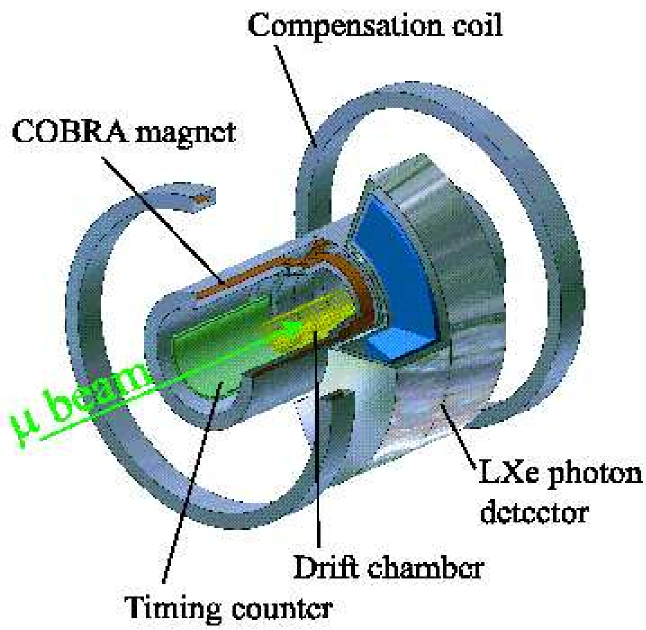


Figura 2.2: Vista tridimensionale dei rivelatori usati per l'esperimento MEG.

carbonio, è $\approx$ 1 mm. I muoni di basso impulso così selezionati sono detti 'di superficie' [17], [18] e [19]. Il grande vantaggio offerto dall'utilizzo di muoni di basso impulso è direttamente collegato allo scarto quadratico medio della distribuzione di frenamento dei muoni nel bersaglio (straggling) $\Delta R \equiv < R^2 - < R^2 >>^{1/2}$. La distanza sulla quale il fascio di muoni si arresta dipende sia dalla natura statistica del meccanismo di perdita di energia, sia dalla larghezza della distribuzione degli impulsi del fascio Δp. Per un fascio monocromatico il contributo allo straggling può essere calcolato mediante la relazione [20]:

$$\Delta R_1 = \left(\frac{200m_e}{M}\right)^{1/2} f\left(\frac{E}{Mc^2}\right) R \tag{2.1}$$

con f la funzione di Symon, calcolata in [20]. A questi va aggiunto un ulteriore termine dovuto alla dispersione in impulso Δp. Per impulsi inferiori ai 100 MeV/c vale la relazione semi-empirica:

$$R(cm) = ap^{3.5}(MeV/c) \tag{2.2}$$

dove p è l'impulso ed a[cm(MeV/c)$^{-3.5}$] una costante che dipende dal materiale. Dalla (2.2), applicando la propagazione degli errori, segue che una dispersione in impulso Δp si traduce in una dispersione in range data:

$$\Delta R_2 = 3.5ap^{2.5}\Delta p = 3.5(\Delta p/p)R \tag{2.3}$$

Fissate le condizioni del fascio, $\Delta p/p$ è costante e sostituendo la (2.2) nella (2.3) la dispersione ΔR_2 risulta proporzionale a $p^{3.5}$. Sommando quadraticamente la (2.1) e la (2.3) si ottiene:

$$\Delta R = a\left\{\left[\left(\frac{200m_e}{M}\right)^{1/2} f\left(\frac{E}{Mc^2}\right)\right]^2 + \left(3.5\frac{\Delta p}{p}\right)^2\right\}^{1/2} p^{3.5} \tag{2.4}$$

L'informazione importante contenuta nella (2.4) è la dipendenza di $\Delta R = \Delta R(p)$ che evidenzia come a bassi impulsi ΔR diminuisca drasticamente. Poichè richiediamo muoni in quiete, disporre di un fascio a basso impulso riduce lo straggling nel bersaglio e quindi la regione in cui i muoni sono arrestati è ben identificata.
Le principali caratteristiche del fascio $\pi E5$ sono riportate in Tabella 2.1.

Lunghezza della linea di fascio	10.4 m
Intervallo di impulsi	20-120 MeV/c
Risoluzione di impulso	2%
Angolo solido	150 msr
Sezione del fascio al bersaglio (FWHM)	$15 \times 20 \mathrm{mm}^2$
Divergenza angolare orizzontale (FWHM)	450 mrad
Divergenza angolare verticale (FWHM)	120 mrad

Tabella 2.1: Proprietà principali della linea del fascio $\pi E5$.

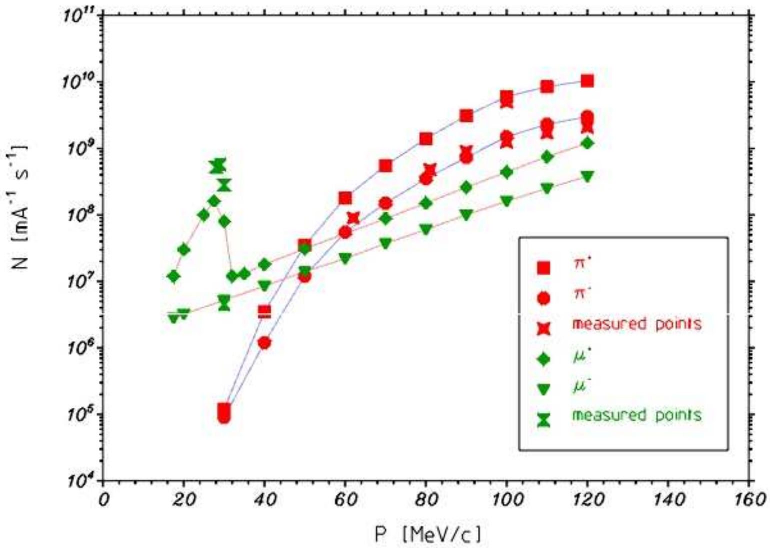


Figura 2.3: Muoni e pioni presenti lungo la linea del fascio $\pi E5$ in funzione dell'impulso.

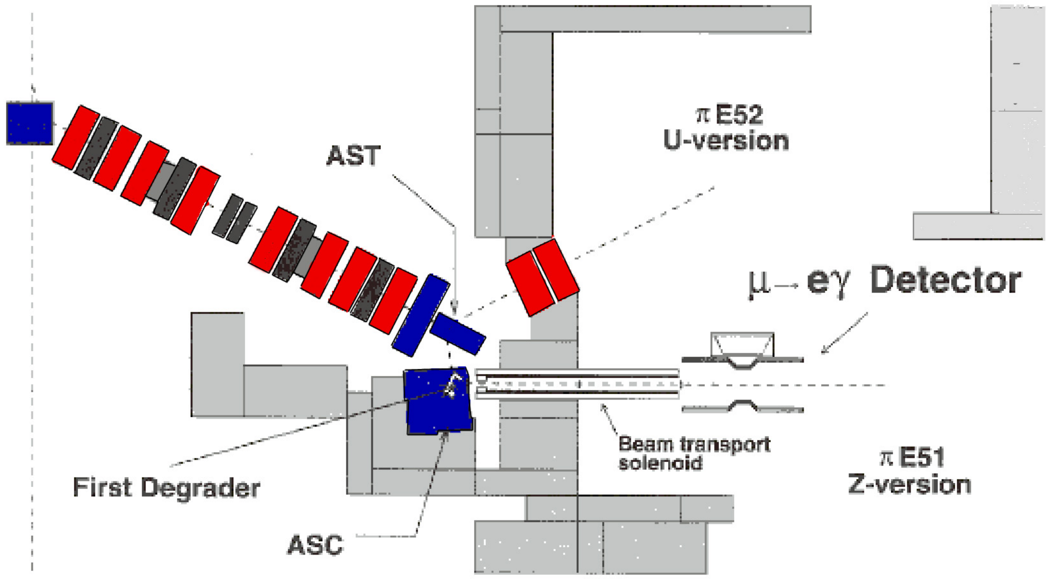


Figura 2.4: Area sperimentale $\pi E5$.

L'impulso è fissato a ≈ 28 MeV/c e per questo valore la contaminazione dei pioni è trascurabile (Figura 2.3). Al contrario è necessario ridurre al minimo la presenza di positroni, prodotti dal decadimento in volo dei muoni, nella zona del bersaglio. L'uso di uno spettrometro di massa o della combinazione di un degradatore e di un magnete, costituiscono due possibili soluzioni. L'area sperimentale $\pi E5$ dispone di due rami, $\pi E51$ (o versione Z) e $\pi E52$ (o versione U) (Figura 2.4), e per entrambe le configurazioni sono state eseguite misure per studiare la soluzione da adottare in esperimento [16], che riduca il più possibile la presenza di positroni. Sulla base di recenti risultati è stato scelto il ramo $\pi E51$. I muoni, d'impulso p=28 MeV/c , sono selezionati mediante un separatore elettrostatico, ottenuto combinando un campo magnetico **B** ed un campo elettrico **E** ortogonali tra di loro, d'intensità relative $E = -pB/(m_\mu \gamma)$, con **B** perpendicolare alla direzione dell'impulso, seguito da un degradatore e successivamente da un magnete. Il numero di conteggi di muoni così selezionati è pari a $N_\mu = 6.1 \times 10^7$ μ^+/s, per una corrente del fascio di protoni di 1.8 mA e per il bersaglio di produzione di 4 cm di carbonio. In corrispondenza del picco della distribuzione dei muoni la presenza dei positroni è quasi nulla, con una separazione spaziale di 11.8 cm, equivalente a 7.2 σ, se σ è lo scarto quadratico medio della distribuzione dei muoni (Figura 2.5). I materiali considerati come moderatore e bersaglio, sui quali

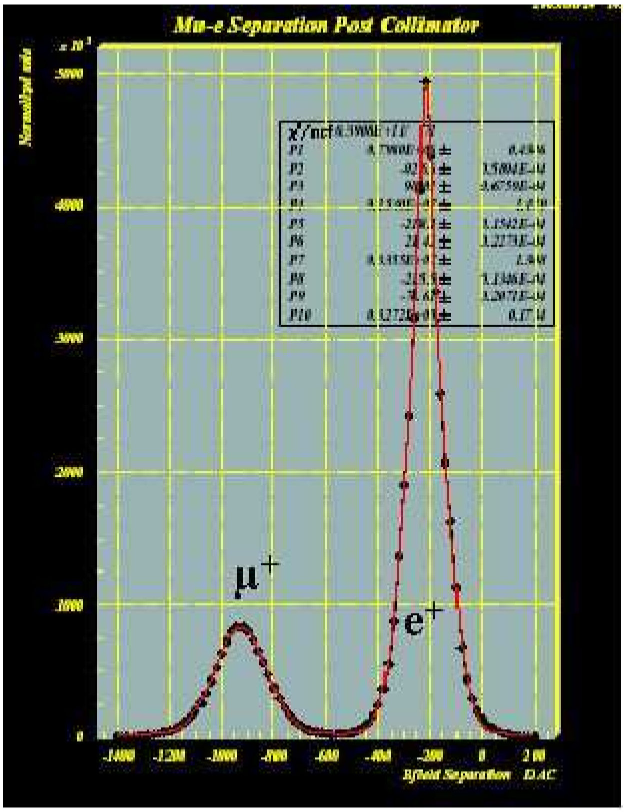


Figura 2.5: Separazione dei muoni e dei positroni nell'area sperimentale $\pi E51$.

rallentare e arrestare i muoni, sono il polietilene CH_2, il mylar $(C_5H_4O_2)_n$ e il kapton $(C_{22}H_{10}N_2O_5)_n$. Assumendo un valore dell'impulso del fascio di $\approx$ 28MeV/c il range e lo straggling calcolati per i tre mezzi sono $R \approx 1100$ μm e $\Delta R \approx 86$ μm per il polietilene e $R \approx 870$ μm $\Delta R \approx 76$ μm per gli altri due (da qui in poi faremo riferimento solo al mylar perché il kapton ha un comportamento molto simile). L'angolo tra la normale al bersaglio e la direzione del fascio incidente è di 158^0, scelto per ottimizzare l'arresto dei muoni e ridurre al minimo la degradazione in energia del positrone, quale prodotto dal decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$. Assumiamo per il bersaglio, dopo il moderatore, uno spessore di 100 μm di mylar, o equivalentemente, 150 μm di polietilene. L'angolo d'inclinazione introduce un fattore 2.5 nel cammino effettivo percorso dai muoni nel bersaglio. Fissati gli spessori dei bersagli le dimensioni dei degradatori sono di 600 μm e 700 μm rispettivamente per il mylar ed il polietilene. Dalle simulazioni Monte Carlo, eseguite usando il codice GEANT, segue che per il polietilene la diffusione multipla è ridotta di circa il 16% rispetto agli altri casi ed il cammino attraversato dal fascio nel degradatore, espresso in unità di lunghezza di radiazione X_0, è minore del 30%. La prima condizione determina una migliore qualità del fascio, la seconda permette di ridurre il fondo di fotoni da bremsstrahlung dei positroni emessi. Il fascio di muoni prodotto ha un alto grado di polarizzazione (quasi il 100%), come segue dalla conservazione del momento angolare totale e dell'impulso nel processo di decadimento a riposo $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$. Il bersaglio dovrà essere scelto affinché depolarizzi completamente i muoni. In questo senso ulteriori studi saranno eseguiti per scegliere definitivamente il materiale da usare in esperimento.

2.2 Rivelazione dei positroni

L'impulso e la direzione di volo dei positroni sono determinati mediante il magnete superconduttore COBRA ed un sistema di camere a drift; il tempo di volo è misurato da un sistema di scintillatori, denominati 'timing counter'. I rivelatori sono mostrati in Figura 2.6.

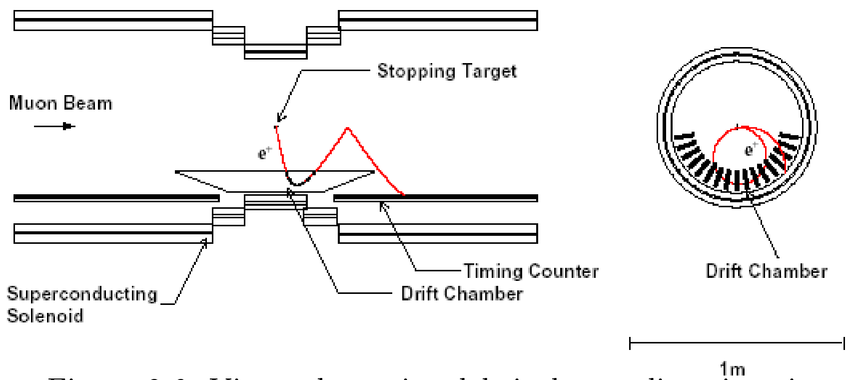


Figura 2.6: Vista schematica del rivelatore di positroni.

2.2.1 Lo spettrometro COBRA

L'intensità e la mappa del campo magnetico e la posizione delle camere a drift sono scelti in modo che siano soddisfatte tre condizioni:

- i positroni di Michel a basso impulso siano estratti direttamente dal campo solenoidale, senza raggiungere le camere a drift;
- i positroni monocromatici dal bersaglio seguano traiettorie con un raggio di curvatura, proiettato nel piano perpendicolare al campo magnetico, indipendente dall'angolo di emissione;
- il numero di passaggi nelle camere, effettuati dal positrone nel percorrere la sua traiettoria, sia minimo.

Un largo numero di positroni è prodotto dal decadimento standard $\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\overline{\nu_\mu}$ (i cosidetti 'positroni di Michel'). Mediante un campo magnetico solenoidale è possibile confinare i positroni di basso impulso in una regione con raggio più piccolo rispetto a quello in cui sono montante le camere a drift. I positroni, emessi con un impulso prossimo a 90^0 rispetto alla direzione del campo, eseguono un elevato numero di passaggi nelle camere, causando problemi nella ricostruzione delle traiettorie e creando possibili condizioni di instabilità del funzionamento delle stesse (Figura 2.7(a)). Fissato il modulo dell'impulso, il raggio di curvatura dei positroni dipende dall'angolo di emissione, rendendo difficile la selezione delle tracce (Figura 2.7(b)). Per superare questi problemi è stata adotta la soluzione di un solenoide con un gradiente di campo, che fornisce un'intensità del campo magnetico di 1.25 Tesla a $z = 0$, in corrispondenza della posizione del bersaglio, e decresce per valori di $|z|$ crescenti, essendo l'asse z orientato lungo la direzione del fascio dei muoni. La presenza di un gradiente di campo permette di estrarre rapidamente i positroni emessi con un angolo prossimo a 90^0, come mostrato in Figura 2.8(a). Infatti l'intensità del campo magnetico, decrescente lungo $|z|$, riduce la componente trasversa della velocità, minimizzando il numero di passaggi nelle camere. Inoltre il raggio di curvatura è determinato solo dal modulo dell'impulso e non dalla sua componente trasversa; il valore del gradiente di campo è scelto affinchè siano selezionati i positroni con energia E$\approx$52.8 MeV/c. (Figura 2.8(b)). Combinando questi due aspetti si riduce l'occupazione delle camere, garantendo il loro corretto funzionamento e facilitando la ricostruzione delle traiettorie.

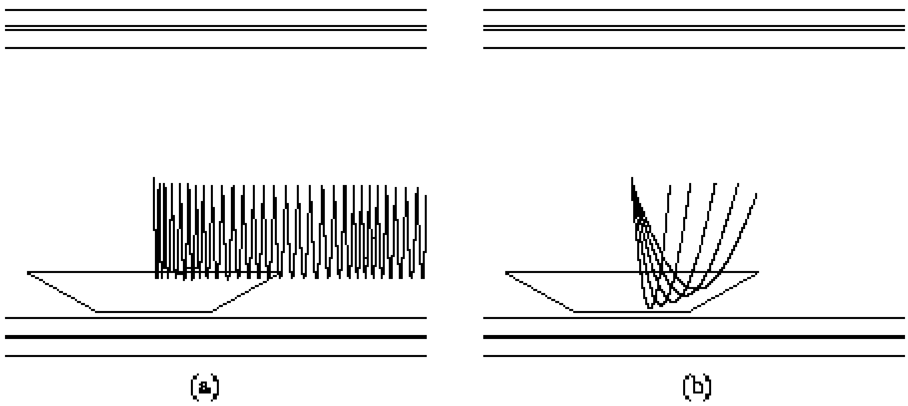


Figura 2.7: Problemi con un campo magnetico uniforme: in (a) una particella emessa a 88^0 descrive più traiettorie nelle camere; in (b) particelle monocromatiche emesse a diversi angoli: il raggio di curvatura dipende dall'angolo.

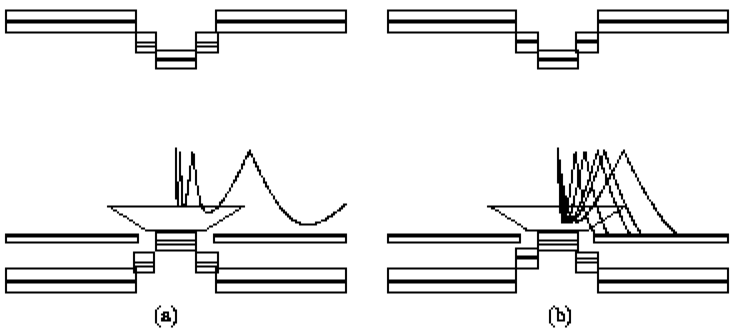


Figura 2.8: Vantaggi con un gradiente del campo magnetico: in (a) una particella emessa a 88^0 viene rapidamente estratta dalla zona occupata dalle camere; in (b) particelle monocromatiche emesse a diversi angoli: il raggio di curvatura non dipende dall'angolo.

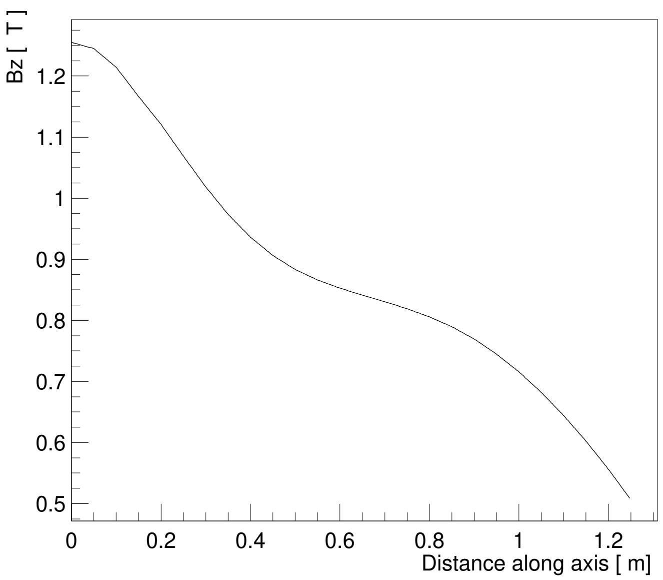


Figura 2.9: Intensità del campo magnetico lungo l'asse z.

2.2.2 Il magnete superconduttore COBRA

La caratteristica principale del magnete superconduttore COBRA è la presenza di un gradiente di campo, con l'intensità B al variare di z come mostrata in Figura 2.9. Il gradiente di campo è ottenuto utilizzando cinque bobine superconduttrici con tre diversi diametri (vedi Figura 2.6), e queste costituiscono il magnete principale. Due bobine resistive sono sovrapposte a quelle più esterne, nella configurazione di Helmoltz, per ridurre il campo residuo nella regione occupata dal rivelatore a LXe. Infatti il campo magnetico degraderebbe il funzionamento dei fotomoltiplicatori (PMT), usati per la lettura del segnale di scintillazione dello xenon. La tolleranza dei PMT al campo magnetico dipende fortemente dalla direzione del campo applicato rispetto all'asse del PMT. In Figura 2.10 è riportato come varia l'uscita del PMT al variare dell'intensità del campo magnetico applicato [21]. L'intensità

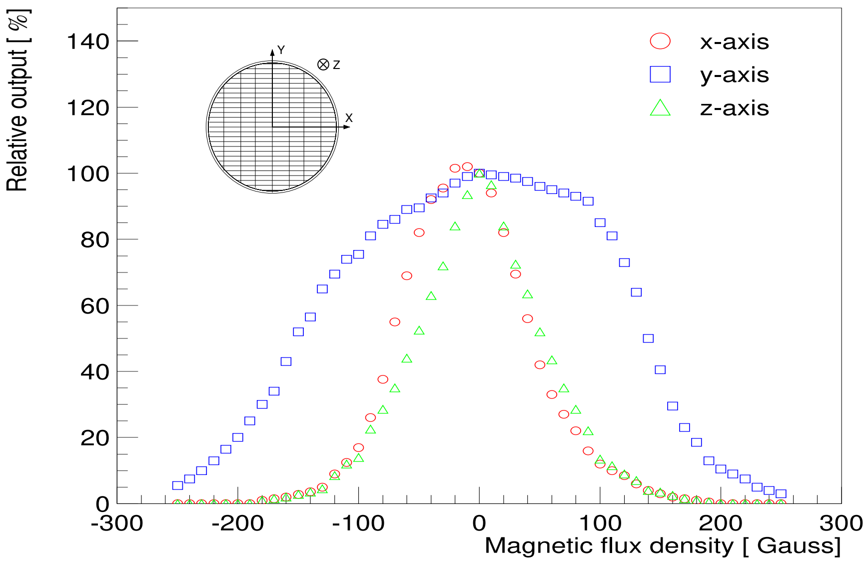


Figura 2.10: Segnale del PMT in funzione del campo magnetico applicato.

massima che può essere applicata è definita come quella in corrispondenza della quale l'uscita del PMT si riduce di un fattore due. Dalla Figura 2.10 segue che i valori permessi sono fino a 150 Gauss e a 50 Gauss rispettivamente in direzione perpendicolare e parallela all'asse del PMT. In Figura 2.11 è invece riportato il campo presente nella zona del calorimetro a LXe, come misurato durante l'ultimo test. L'intensità del campo è stata ridotta al livello richiesto.

2.2.3 Le camere a drift

La misura precisa della direzione di volo del positrone, necessaria per l'identificazione del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$, richiede la ricostruzione della traccia dei positroni. Questa è ottenuta utilizzando 17 settori di camere, costituiti da due celle, poste radialmente ad intervalli di 10^0 rispetto all'angolo azimutale. L'area sensibile delle camere copre lungo il raggio r l'intervallo $19.3 < r < 27$ cm, lungo z in riferimento al raggio interno $|z| < 50$ cm in riferimento a quello esterno $|z| < 21.9$ cm. Nel caso di positroni da 52.8 MeV la copertura angolare di questa geometria è $|\cos\theta| < 0.35$ e $-60^0 < \phi < 60^0$. La

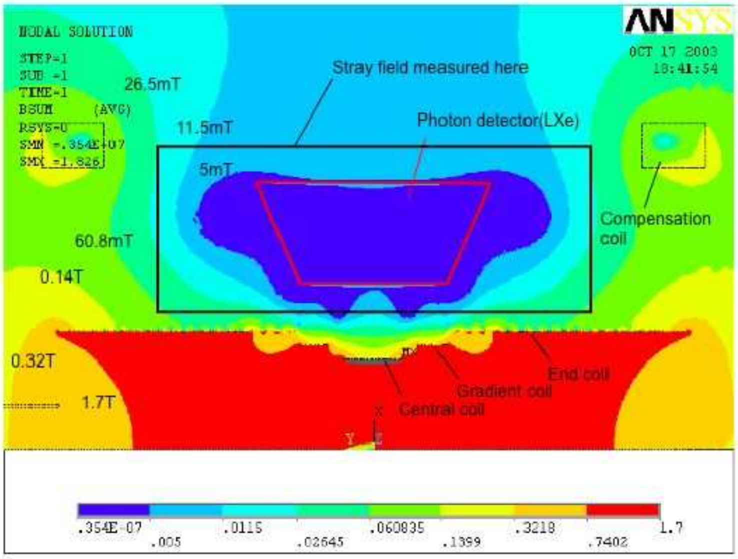


Figura 2.11: Campo magnetico residuo nella zona occupata dal calorimetro a LXe.

configurazione di ogni settore permette di misurare contemporaneamente la coordinata r, dalla differenza dei tempi di drift $(t_1 - t_2)$, e il tempo assoluto, dalla relazione $(t_1 + t_2)/2$ (vedi Figura 2.12). Le accuratezze raggiunte sono rispettivamente di $100 - 150$ μm e ≈ 5 ns. Questa eccellente risoluzione temporale è molto utile per eseguire la ricostruzione delle tracce dei positroni. Dal rapporto delle cariche lette agli estremi del filo sensibile è possibile ottenere una risoluzione in posizione lungo z (che coincide con la direzione del filo) di ≈ 1 cm. Questa risoluzione non è sufficiente per eseguire una buona ricostruzione della traccia dei positroni. A questo proposito sui fogli catodici (quattro per ogni settore e due per ogni cella), costituiti di materiale plastico, è depositato un sottile strato di alluminio in modo che sia riprodotto il disegno di Vernier (vedi Figura 2.13).

I disegni di Vernier relativi a due catodi della stessa cella sono sfasati di $\pi/4$ e combinando l'informazione relativa dei due catodi è possibile raggiungere una risoluzione di circa 300 μm. Il settore delle camere ed il volume tra di esse è riempito da una miscela di gas costituita da He (50%) e C_2H_6 (50%). La miscela è stata scelta per favorire la perdita di energia per ionizzazione (≈ 65e$^-$/cm al minimo di ionizzazione) e ridurre la diffusione multipla

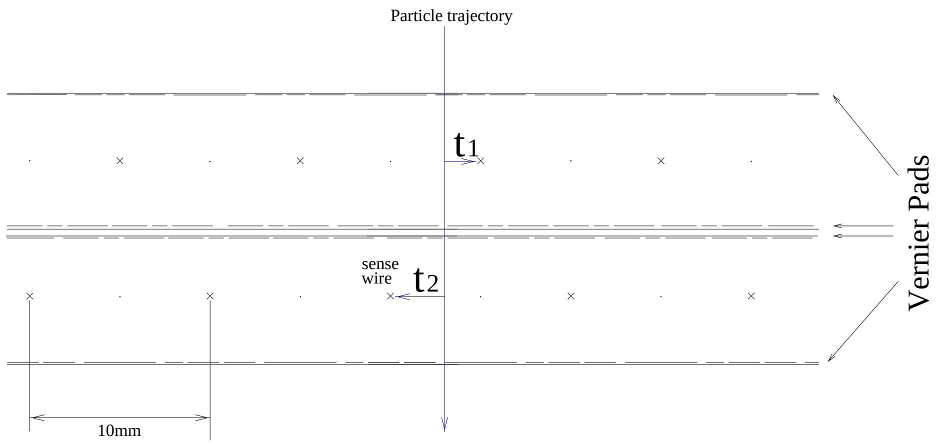


Figura 2.12: Un settore delle camere a drift, costituito da due celle.

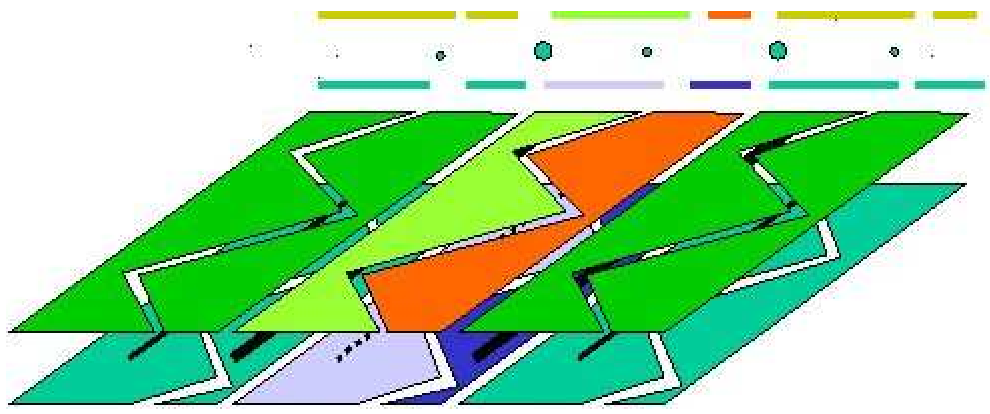


Figura 2.13: Disegno di Vernier sui fogli catodici di tre celle a drift. Nella parte alta della figura è data la sezione trasversa.

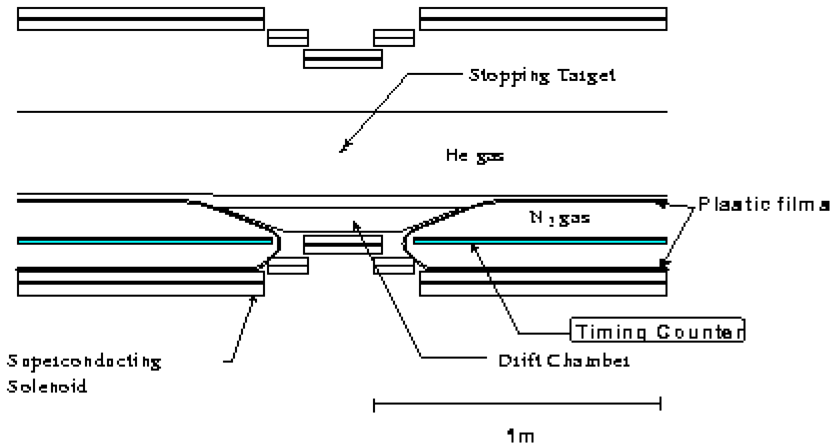


Figura 2.14: Vista schematica del Timing Counter.

($X_0 \approx 650$ m). La velocità di drift è circa 4 cm/μs per un campo elettrico di ≈ 1.5 KV/cm.

2.2.4 Il timing counter

Per ottenere una risoluzione temporale inferiore al nanosecondo, è stato disegnato un opportuno rivelatore, il timing counter, utile anche per la definizione di un trigger (vedi Figura 2.14). E' possibile selezionare gli eventi dei positroni in coincidenza temporale ai fotoni rivelati dal calorimetro elettromagnetico. Una serie di scintillatori plastici è montata su entrambi i lati dello spettrometro. Il contatore si trova ad una distanza radiale dal centro di 29.5 cm, coprendo 145^0 in ϕ e l'intervallo $25 < z < 95$ cm. I positroni emessi nell'intervallo $0.08 < |\cos\theta| < 0.35$ incidono sul rivelatore dopo aver completato ≈ 1.5 giri nel piano $r - \phi$. I contributi della diffusione multipla alla risoluzione temporale sono trascurabili. La risoluzione attesa è di ≈ 100 ps da confrontare con il contributo dalla diffusione multipla, come ottenuto dalle simulazioni, pari a 20 ps. La configurazione del rivelatore è mostrata in Figura 2.15. Barrette di scintillatore di lunghezza pari a 5 cm sono disposte lungo ϕ ortogonalmente a quelle montate lungo z (lunghe 80 cm). L'informazione del punto d'impatto del positrone è fornita dal rapporto delle altezze dei segnali letti dai fototubi, posti agli estremi di ogni barretta di scintilla-

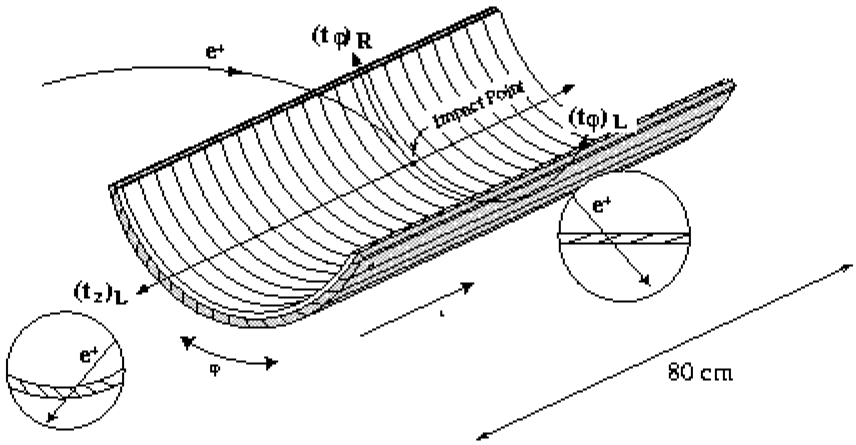


Figura 2.15: Configurazione del Timing Counter.

tore. La misura in z è fornita dagli scintillatori esterni, quella in ϕ da quelli interni, con una risoluzione in posizione rispettivamente migliore di ± 1 cm in z e ± 3 cm in ϕ. La forma delle barrette è progettata affinchè un positrone incidente perpendicolarmente al piano tangente il rivelatore, investa due o tre scintillatori adiacenti (vedi particolare della Figura 2.15). E' possibile eseguire una misura indipendente delle variabili z e ϕ facendo la differenza dei tempi di arrivo dei segnali relativi ai due PMT. La media aritmetica di questi fornisce invece una misura del tempo assoluto dell'evento. Lo spessore degli scintillatori è determinato dalla risoluzione temporale richiesta. Per ottenere una risoluzione $\Delta t = 100$ ps (FWHM) è necessario che un positrone depositi almeno ≈ 5 MeV di energia nello scintillatore. Nel nostro caso una buona configurazione del rivelatore è ottenuta usando strati di scintillatori di spessore 0.5 cm (interni) e 2 cm (esterni). I primi forniscono informazione per il trigger, i secondi la misura temporale. Per evitare il contatto diretto dei PMT con il gas di He, che riempie l'interno dello spettrometro, la regione del timing counter è separata mediante due strati sottili di materiale plastico, coperti di metallo. Il volume selezionato è riempito di gas inerte di protezione per i PMT (azoto).

2.3 Rivelazione dei fotoni

Energia, posizione e tempo di volo dei fotoni sono determinati mediante il calorimetro a Xenon liquido. E' utilizzata solo la luce di scintillazione dello Xenon, senza nessun tentativo di raccogliere la carica di ionizzazione, rendendo la rivelazione più rapida. L'elevato numero di fotoni di scintillazione (confrontabile con quello dello Ioduro di Sodio), le brevi costanti di decadimento, l'elevato numero atomico e l'alta densità rendono lo Xenon un utile mezzo per le applicazioni nella calorimetria di precisione. Tutti questi sono ingredienti fondamentali per raggiungere le risoluzioni in energia ed in tempo richiesti per l'esperimento MEG. L'impiego di Xenon liquido fa sì che non siano presenti problemi di non uniformità, tipici dei cristalli a scintillazione. Grazie alla breve costante di decadimento (≈ 45 ns relativamente agli elettroni) è possibile ridurre anche gli effetti di pile-up. Lo schema del rivelatore è riportato in Figura 2.16. 848 fotomoltiplicatori sono montati sui lati del rivelatore, contenente 800 litri di Xenon liquido. Ogni fotomoltiplicatore è letto da un digitalizzatore di forme d'onde alla frequenza di 2 GHz. Il rivelatore è localizzato all'esterno del campo magnetico. La superficie curva interna si trova a 65 cm dal centro. Lo spessore radiale del rivelatore è pari a 47 cm. L'angolo solido coperto è $\Delta\omega/4\pi \approx 12\%$, corrispondente agli intervalli $|cos\theta| < 0.35$ e 120^0 in ϕ. La liquefazione dello Xenon e il suo raffreddamento sono ottenuti utilizzando un criogeneratore ed N_2 liquido.
Le principali caratteristiche dello Xenon e le sue propretà ottiche saranno discusse in dettaglio nei capitoli successivi.

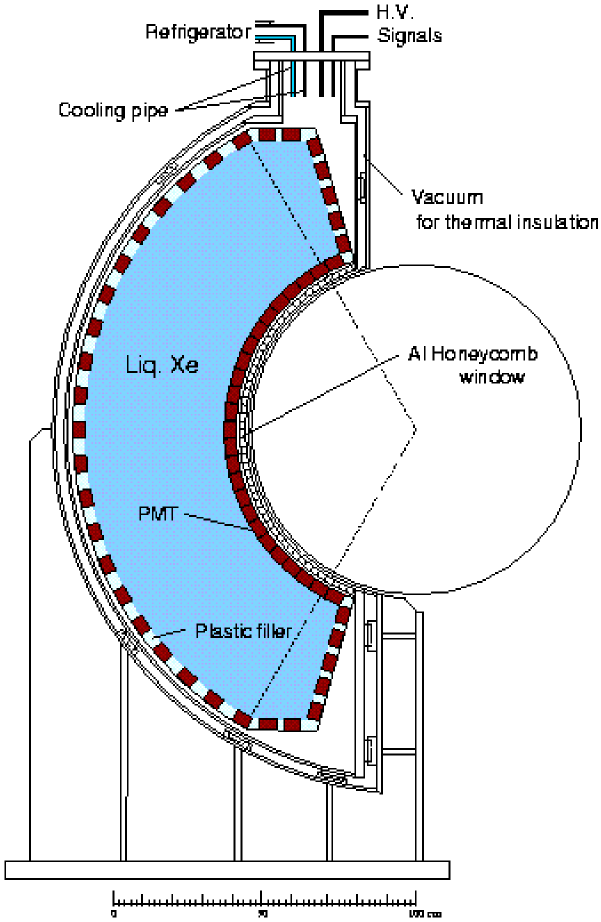


Figura 2.16: Vista schematica del calorimetro a Xenon liquido.

Capitolo 3

Calorimetria a scintillazione a Xe liquido e proprietà dello Xe

La lunghezza di attenuazione λ_{att}, di assorbimento λ_{ass}, di diffusione λ_{dif} e indice di rifrazione n sono grandezze poco note per lo Xe liquido (poi LXe) nella regione di emissione (vicino ultravioletto VUV); misure di λ_{att} e n sono disponibili ma non sempre mutuamente compatibili. Usando dati ottenuti in condizioni fisiche diverse da quelle richieste per l'esperimento MEG (gas rarefatto e una più larga regione spettrale), è proposta una procedura di estrapolazione, che permette di utilizzare tali misure per derivare le proprietà ottiche dello Xe liquido nel VUV. Infine è derivata un'utile relazione tra λ_{R} ed n per lo Xe liquido. I risultati ottenuti sono confrontati con i valori sperimentali.

3.1 Proprietà dello xenon liquido per calorimetria a scintillazione

In Tabella 3.1 e Tabella 3.2 sono riportate le caratteristiche di interesse dello xenon, per un suo uso quale mezzo per la rivelazione di particelle. E' caratterizzato da un'alta densità ed un elevato numero atomico. La trasparenza alla propria luce di scintillazione, l'elevato numero di fotoni emessi per MeV di energia depositata (confrontabile con quello del NaI) e le brevi costanti di decadimento lo rendono un ottimo mezzo scintillante. I fotoni sono emessi nel vicino ultravioletto (VUV), con le caratteristiche spettrali indicate in Tabella 3.1. Il meccanismo di scintillazione prodotto da una radiazione incidente mediante eccitazione o ionizzazione può essere schematizzato come segue:

$$\mathrm{Xe}^* + \mathrm{Xe} \rightarrow \mathrm{Xe}_2^* \rightarrow 2\mathrm{Xe} + h\nu \tag{3.1}$$

o

$$\begin{aligned} \mathrm{Xe}^+ + \mathrm{Xe} \rightarrow\ & \mathrm{Xe}_2^+, \\ & \mathrm{Xe}_2^+ + e \rightarrow \ \mathrm{Xe} + \ \mathrm{Xe}^{**}, \\ & \qquad \mathrm{Xe}^{**} \rightarrow \ \mathrm{Xe}^* + \mathrm{calore} \\ & \qquad\qquad \mathrm{Xe}^* + \mathrm{Xe} \rightarrow \mathrm{Xe}_2^* \rightarrow 2\mathrm{Xe} + h\nu, \end{aligned} \tag{3.2}$$

dove Xe^* e Xe^+ indicano rispettivamente l'atomo eccitato e ionizzato, $h\nu$ i fotoni emessi nel VUV e il processo $\mathrm{Xe}^{**} \rightarrow \mathrm{Xe}^*$+calore indica una transizione non radiativa. La trasparenza alla propria luce di scintillazione è determinata dal fatto che non esiste uno stato legato Xe_2, che possa riassorbire l'energia (l'emissione è preceduta dalla formazione di eccimeri), come si vede dalla (3.1) e dalla (3.2); l'energia liberata è di qualche eV al di sotto del primo livello eccitato dell'atomo.

In Tabella 3.1 riportiamo le misure dell'energia media necessaria per la produzione di un fotone di scintillazione W_{ph}(eV) in Xe liquido, confrontate con quelle richieste per NaI(Tl) ed Ar. Se assumiamo che per ogni singola diseccitazione venga emesso un solo fotone, l'energia media richiesta per la produzione di tale fotone W_{ph} può essere espressa mediante [34]:

$$W_{ph} = W_i / \left(1 + \frac{N_{ex}}{N_i}\right) \tag{3.3}$$

ottenuta usando le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} N_{ph} (= E/W_{ph}) &= N_i + N_{ex} = N_i(1 + N_{ex}/N_i) = \\ &= \frac{E}{W_i}\left(1 + \frac{N_{ex}}{N_i}\right) \end{aligned} \tag{3.4}$$

dove N_{ph}, N_i e N_{ex} rappresentano rispettivamente il numero di fotoni medi totali, il numero di coppie elettrone-ione prodotti dalla radiazione incidente ed il numero di atomi eccitati; W_i è l' energia media necessaria per la produzione della coppia elettrone-ione e E l' energia depositata. Notiamo che l' energia media necessaria per produrre un fotone di scintillazione non dipende solo dal mezzo ma anche dalla particella poichè sia la ionizzazione

Proprietà del materiale	Valore & Unità	Condizioni	Ref.
Numero Atomico Z	54		
Numero di Massa A	131.29 g/mole		[22]
Punto di ebolizione T_b	165.1 K	1 atm	[22]
Punto di fusione T_m	161.4 K	1 atm	[22]
Densità ρ_liq	2.98 g/cm^3	161.35 K	[23]
Frazione molare$\rho_\mathrm{gas}/\rho_\mathrm{liq}$	550	15 °C, 1 bar	[24]
Punto Critico T_c, P_c	289.7 K, 58.4 bar		[24]
Punto Triplo T_3, P_3	161.3 K, 0.816 bar		[24]
Lunghezza di Radiazione X_0	2.77 cm	in liquido	[25]
	8.48 g/cm^2		
Raggio di Molière R_M	5.6 cm		[25]
Energia Critica	10.4 MeV		[25]
$-(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)_\mathrm{mip}$	1.255 MeV cm^2/g		[25]
Indice di Rifrazione	$1.6 \div 1.72$	in liquido a 178 nm	[26, 27, 28][a]
Fattore di Fano	0.041	teorico	[29]
	non noto	sperimentale	
Energia/scint. photon W_ph	(23.7 ± 2.4) eV	elettroni	[30]
	(19.6 ± 2.0) eV	particelle α	[30]
Costante di decadimento τ_s	22 ns		[30]
Costante di decadimento τ_t	4.2 ns		[30]
Tempo di ricombinazione τ_r	45 ns	dominante per e, γ	[30]
Picco di emissione λ_scint	178 nm		[31, 32]
Larghezza spettrale (FWHM)	$\sim$ 14 nm		[31, 32]
Scint. Lunghezza di ass. λ_ass	$>$ 100 cm		[16]
Lunghezza di dif. Rayleigh λ_R	(29 ± 2) cm		[33]
σ_tot per neutroni termici	(23.9 ± 1.2) barn	Composizione naturale	[35]

[a] Sono presenti discrepanze tra i valori misurati. L'indice di rifrazione in [26] è stato determinato a 180 nm.

Tabella 3.1: Proprietà principali dello Xe liquido.

Isotopo	Abbondanza (%)
^{124}Xe	0.096
^{126}Xe	0.090
^{128}Xe	1.92
^{129}Xe	26.44
^{130}Xe	4.08
^{131}Xe	21.18
^{132}Xe	26.89
^{134}Xe	10.44
^{136}Xe	8.87

Tabella 3.2: Composizione isotopica dello Xe naturale.

scintillatore	elettroni relativistici	particelle α	particelle pesanti relativistiche
Ar	25.1 ± 2.5	27.5 ± 2.8	19.5 ± 2.0
Xe	23.7 ± 2.4	19.6 ± 2.0	14.7 ± 1.5
NaI(Tl)	17.2 ± 0.4		

Tabella 3.3: Misure dell' energia media necessaria per produrre un fotone di scintillazione W_{ph}(eV) in Xe liquido, confrontato con NaI(Tl) e Ar.

sia l' eccitazione degli atomi del materiale contribuiscono alla scintillazione, e lo possono fare in percentuali diverse a seconda della particella incidente (come suggerisce la (3.4)).

Le prestazioni di un calorimetro di grandi dimensioni, come quello proposto per l'esperimento MEG, dipendono direttamente dalla propagazione dei fotoni emessi nel mezzo. Di conseguenza le risoluzioni in energia, in posizione ed in tempo sono collegate alle proprietà ottiche del materiale. Si introduce $\lambda_{\rm att}$ per descrivere l'attenuazione della radiazione attraverso il mezzo:

$$I(x) = I_0 e^{-x/\lambda_{\rm att}} \tag{3.5}$$

Se assumiamo che i contributi a tale attenuazione siano dovuti all'assorbimento e alla diffusione di radiazione allora l'inverso della lunghezza di attenuazione sarà uguale alla somma degli inversi della lughezza di assorbimento

$\lambda_{\rm ass}$ e di diffusione $\lambda_{\rm dif}$:

$$\frac{1}{\lambda_{\rm att}} = \frac{1}{\lambda_{\rm ass}} + \frac{1}{\lambda_{\rm dif}} \ . \tag{3.6}$$

La $\lambda_{\rm ass}$ descrive un reale assorbimento di fotoni (la loro scomparsa), la $\lambda_{\rm dif}$ descrive la diffusione elastica di fotoni. Quest'ultima coincide con la lunghezza di diffusione Rayleigh $\lambda_{\rm R}$ che, come vedremo più avanti, è collegata direttamente all'indice di rifrazione.
Le quantità $\lambda_{\rm att}$, $\lambda_{\rm ass}$, $\lambda_{\rm R}$ e n non sono ben note per lo Xe liquido. Misure nel VUV non sono semplici da eseguire e possono essere influenzate da effetti sistematici spuri [30]. La $\lambda_{\rm ass}$ non è stata mai misurata. Un limite inferiore è stato recentemente determinato dal nostro gruppo [16] . Misure di $\lambda_{\rm R}$ e n sono disponibili ma parzialmente discordanti tra di loro. Tali discrepanze potrebbero essere attribuite a condizioni sperimentali poco controllate, dovute ad esempio alla presenza di impurezze nel campione. Composti assorbenti nel VUV sono sostanze comuni come H_2O e O_2. Piccole percentuali di tali impurezze possono cambiare drasticamente i parametri ottici dello Xe liquido.

3.2 Discussione quantitativa dello sviluppo del viriale rifrattivo dello Xe

Studieremo lo sviluppo del viriale rifrattivo dello Xe. L'obiettivo è valutare il contributo dei diversi termini alla rifrattività per lo Xe liquido nel VUV. Tale analisi sfrutta misure ottenute in condizioni fisiche diverse rispetto a quelle di interesse. Si stimerà l'errore che si ottiene trascurando i termini dello sviluppo di ordine superiore al primo.

3.2.1 Rifrattività e sviluppo del viriale

E' noto che la relazione di Clausius-Mossotti descrive bene il comportamento della costante dielettrica per i gas rarefatti. Un mezzo in presenza di un campo esterno statico può cambiare il suo momento di dipolo. La variazione del momento di dipolo prima e dopo l'applicazione del campo è chiamata momento di dipolo indotto; il mezzo si dice polarizzabile. Se il campo esterno non è molto intenso si può assumere una relazione lineare tra il momento di dipolo indotto ed il campo: $\mathbf{p} = \mathbf{p_0} + \alpha\mathbf{E}$ se $\mathbf{p_0}$ è l'eventuale momento di dipolo permanente. Qui faremo riferimento sempre alla polarizzabilità media.

In generale α è un tensore di rango 2. Nel caso semplice di molecole sferiche $\alpha = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\alpha$. Dati ϵ la costante dielettrica del mezzo, α la polarizzabilità molecolare statica della particella libera, ρ la densità ed N_{A} il numero di Avogadro tale relazione è [36]:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N_{\mathrm{A}} \alpha \rho \tag{3.7}$$

Ricordiamo che la (3.7) è stata ottenuta in condizioni statiche e sotto le seguenti ipotesi [37]:

1. Presenza di momenti di dipolo causati esclusivamente dalla perturbazione esterna.

2. Assenza di interazioni di tipo non-dipolare (a corto raggio) tra le molecole.

3. Isotropia della polarizzabilità molecolare.

4. Isotropia o simmetria cubica della disposizione delle molecole.

Variando le condizioni termodinamiche (pressione P e temperatura T) la seconda e la quarta condizione possono non essere più soddisfatte. Le deviazione dalla (3.7) possono essere descritte mediante uno sviluppo in serie di potenze di ρ:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = A_\epsilon \rho + B_\epsilon \rho^2 + C_\epsilon \rho^3 + .. \tag{3.8}$$

dove A_ϵ, B_ϵ e C_ϵ sono il primo, secondo, terzo coefficiente del viriale dielettrico ecc. e descrivono rispettivamente il contributo degli atomi non interagenti, di coppie di atomi, di tripletti di atomi e cosi via. Confrontando la (3.7) e la (3.8) nel limite in cui $\rho \to 0$ si ha:

$$A_\epsilon = \frac{4\pi}{3} N_{\mathrm{A}} \alpha \tag{3.9}$$

A_ϵ è quindi proporzionale alla polarizzabilità molecolare di particelle non interagenti. Quest'ultima è direttamente collegata alle proprietà microscopiche del mezzo. Mediante il semplice modello dell'elettrone legato elasticamente al nucleo e che risente di una perturbazione esterna di frequenza ω, si ottiene [38]:

$$\alpha = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \tag{3.10}$$

Dal punto di vista macroscopico ci aspettiamo che α dipenda anche dalla temperatura del mezzo. Quindi scriveremo:

$$\alpha = \alpha(\omega, T) \tag{3.11}$$

e chiameremo tale grandezza polarizzabilità dinamica media. La generalizzazione della (3.8) al caso dinamico è nota come funzione di Lorentz-Lorenz F_{LL}. Usando l'uguaglianza[1] $\epsilon = n^2$ questa ha la forma:

$$F_{\mathrm{LL}} = \frac{n^2(\omega,\rho,T) - 1}{n^2(\omega,\rho,T) + 2} = A_R(\omega,T)\rho + B_R(\omega,T)\rho^2 + C_R(\omega,T)\rho^3 + ... \tag{3.12}$$

dove $A_{\mathrm{R}}(\omega,T)$, $B_{\mathrm{R}}(\omega,T)$ e $C_{\mathrm{R}}(\omega,T)$ sono il primo , secondo e terzo coefficiente del viriale rifrattivo. Tale denominazione segue dal definire rifrattività la quantità:

$$R_m = \frac{n^2(\omega,\rho,T) - 1}{[n^2(\omega,\rho,T) + 2]\rho} \tag{3.13}$$

Per $\omega \to 0$ l'equazione (3.12) diventa la (3.7) e i coefficienti di espansione sono i coefficienti del viriale dielettrico.

3.2.2 Primo coefficiente del viriale rifrattivo

Ci proponiamo di studiare la dipendenza di A_{R} dalla pulsazione angolare ω e dalla temperatura T introducendo alcune considerazioni teoriche e confrontandole con i risultati sperimentali.
La dipendenza dalla frequenza della polarizzabilità molecolare media, fuori dalle bande di assorbimento, si può descrivere mediante la seguente espressione [39]:

$$\alpha_{nvJ} = -2 \sum_{n'v'J'}{}' \frac{<\psi|\mathbf{p}|\psi'>^2 (E - E')}{[(E-E')^2 - (\hbar\omega)^2]} \tag{3.14}$$

dove $\mathbf{p}$ è l'operatore di dipolo indotto dal campo esterno. Gli autovalori E_{nvJ} nello stato ψ_{nvJ} e $E_{n'v'J'}$ nello stato eccitato $\psi_{n'v'J'}$ sono caratterizzati dai numeri quantici elettronici (n, n'), di vibrazione (v, v') e di rotazione (J, J') della molecola. L'indice sulla sommatoria indica che i termini con gli stessi numeri quantici sono esclusi. Nel derivare la (3.14) è stato assunto che le

[1] L'indice di rifrazione è una grandezza complessa: $n = n_R + in_I$. Lontani dalle risonanze $n = n_R$.

transizioni tra i diversi stati siano indipendenti tra loro. Perciò ogni stato definito dai tre numeri quantici ha la sua propria polarizzabilità dinamica α_{nvJ}. La (3.14) può essere riscritta in una forma più conveniente e compatta definendo l'ampiezza di oscillazione:

$$f \equiv \frac{2 < \psi|\mathbf{p}|\psi' >^2 (E - E')m}{(\hbar e)^2} \tag{3.15}$$

e la frequenza di transizione:

$$\omega' \equiv \frac{(E' - E)}{\hbar} \tag{3.16}$$

L'espressione che si ottiene è allora:

$$\alpha = \frac{e^2}{m} \sum_{n'v'J'}{}' \frac{f}{\omega'^2 - \omega^2} \tag{3.17}$$

Nello studiare la dipendenza dalla temperatura ci limiteremo a considerare solo il caso di molecole monoatomiche, perchè maggiormente di nostro interesse. Si ricorda che quando si parla della polarizzabilità ad una data temperatura si intende una media sull'ensemble a quella temperatura: $\alpha(\omega, T) =< \alpha(\omega) >_T$. I meccanismi che definiscono tale dipendenza sono il moto di agitazione termica e l'interazione con la radiazione dell'ambiente circostante.
Nel primo caso, sia $\alpha_n(\omega)$ la polarizzabilità del livello elettronico $n \geq 0$ come in 3.14 (stiamo trascurando v e J), allora [39]:

$$\alpha(\omega, T) = \frac{\sum g_n \alpha_n(\omega) \exp(-E_n/KT)}{\sum \exp(-E_n/KT)} \tag{3.18}$$

dove E_n è l'energia di transizione elettronica tra lo stato fondamentale $n = 0$ e lo stato n e g_n la sua degenerazione. Ricordando che le energie di transizione sono dell'ordine della decina di elettronvolts, tale effetto è trascurabile fino a temperatura dell'ordine di 1000 K e quindi:

$$\alpha(\omega, T) = \alpha(\omega, T = 0) = \alpha_0(\omega)$$

L'influenza della radiazione dell'ambiente circostante è descritta dalla relazione [39]:

$$\alpha(T) = \frac{\int_0^\infty \frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/kT)-1} \alpha(\omega) d\omega}{\int_0^\infty \frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/kT)-1} d\omega} \tag{3.19}$$

L'equazione (3.19) mostra che misure di polarizzabilità statica sono possibili soltanto per $T = 0$ e che gli effetti della dipendenza dalla temperatura diventano sempre più importanti all'aumentare della dispersione di $\alpha(\omega)$. Questo meccanismo, a temperature non elevate, è molto più importante del primo. Come vedremo nel caso dello Xe, anche tale contributo è trascurabile.
La polarizzabilità di dipolo medio $\alpha(\omega, T)$ può essere ottenuta misurando l'indice di rifrazione $n(\omega, \rho, T)$ e la densità molare $\rho = 1/V$ (se V è il volume molare), usando la (3.12). Sperimentalmente misure di pressione e temperatura sono più semplici e precise di quelle di densità. Se si sostituisce nella (3.12) la densità di gas perfetto $\rho_0 = P/RT$ si ottiene:

$$F_{LL} = \frac{4\pi}{3} N_A \alpha(\omega, T) \rho_0 (1 + B^* \rho_0 + C^* \rho_0^2 + ...) \tag{3.20}$$

dove $B^* = B_{\mathrm{R}}(\omega, T)/A_{\mathrm{R}}(\omega, T) - B(T)$, con $B(T)$ secondo coefficiente del viriale, come segue dallo sviluppo della compressibilità Z di un gas. Per definizione Z è:

$$Z = \frac{PV}{RT} \tag{3.21}$$

dove R è la costante dei gas perfetti. Z è sempre 1 per un gas perfetto: deviazioni dalla (3.21) possono essere descritte mediante uno sviluppo rispetto a $\rho = 1/V$ ottenendo la serie del viriale:

$$Z = \frac{PV}{RT} = \frac{\rho_0}{\rho} = 1 + B(T)\rho + C(T)\rho^2 + ... \tag{3.22}$$

con $B(T)$ e $C(T)$ rispettivamente il secondo e terzo coefficiente del viriale; il loro significato fisico è analogo a quello dei coefficienti rifrattivi.
Procediamo confrontando i risultati sperimentali a noi noti e le previsioni teoriche.
Misure di $\alpha(\omega, T)$ di gas nobili sono state eseguite su un largo intervallo di frequenze, includendo misure statiche di A_ϵ, nel visibile fino alla regione nel VUV di $A_{\mathrm{R}}(\omega, T)$([40], [39], [41], [42], [43]). A parte la misura statica, negli altri casi sono state usate tecniche interferometriche. Per i dettagli sperimentali rimandiamo alle referenze. I dati riportati in Tabella 3.2.2, a parità di condizioni, sono in buon accordo tra di loro. Appare chiara la dipendenza di $A_{\mathrm{R}}(\omega, T)$, e quindi della polarizzabilità $\alpha(\omega, T)$, dalla frequenza. In particolare, all'aumentare della frequenza, il valore di A_{R} cresce. Si dice in questo caso che si ha dispersione normale. A $\lambda = 146.9$ nm si ha la prima banda di assorbimento dello Xe e in prossimità di tale risonanza A_{R} cresce

A_{R} ($cm^3\ mol^{-1}$)	T, P (K), (bar)	λ (nm)	Purezza campione	Ref.
10.122 ± 0.002	T=323.15 $P < 13$	-	-	
10.40 ± 0.01	$300 < T < 1100$ $P < 1.5$	632.99	99.95%	[39]
10.427 ± 0.01	T=293 $P < 3$	632.99	-	[41]
10.463 ± 0.01	T=293 $P < 3$	594.096	-	[41]
10.524 ± 0.01	T=293 $P < 3$	543.516	-	[41]
11.256 ± 0.01	T=293 $P < 3$	325.139	-	[41]
10.345 ± 0.002	T=303 $1 < P < 400$	632.99	$H_2O < 5ppm$ $O_2 < 2ppm$	[42]
10.344 ± 0.002	T=348 $1 < P < 400$	632.99	$H_2O < 5ppm$ $O_2 < 2ppm$	[42]
12.06 ± 0.6	T=298 P=0.81	253.7	$Kr < 450vpm$	[43]
12.74 ± 0.6	"	228.8	"	"
13.27 ± 0.7	"	213.9	"	"
14.42 ± 0.7	"	194.2	"	"
15.29 ± 0.8	"	184.9	"	"
15.78 ± 0.8	"	180.7	"	"
17.61 ± 0.9	"	170.2	"	"
19.58 ± 1	"	164.1	"	"
30.70 ± 1.5	"	152.5	"	"
47.64 ± 2	"	149.5	"	"
75.56 ± 4	"	148.3	"	"
9.703 ± 0.5	"	140.4	"	"

Tabella 3.4: Misure del primo coefficiente del viriale dielettrico e rifrattivo, per Xe gassoso in diverse condizioni termodinamiche in funzione della frequenza.

rapidamente. Questo è un aspetto importante che ci suggerisce che nel VUV piccoli spostamenti in lunghezza d'onda si traducono in variazioni sensibili di A_{R} e quindi, ad esempio, dell'indice di rifrazione. Poichè, come vedremo meglio, il nostro principale interesse è determinare l'indice di rifrazione dello Xe alla frequenza di scintillazione in fase liquida, sarà importante ricordare tale andamento di $A_R(\omega, T)$ in fase gassosa.
La (3.17) riproduce l'andamento della polarizzabilità in funzione della frequenza. Sostituendo la (3.17) in (3.12), opportunamente semplificata per il caso di gas rarefatti (i termini superiori al primo sono trascurabili ed $n \approx 1$), si ottiene :

$$n - 1 \propto \sum \frac{f}{\omega'^2 - \omega^2} \tag{3.23}$$

nota come equazione di Sellmeier. I dati sperimentali in [43] sono interpolati dalla seguente espressione a tre parametri:

$$n - 1 = 1.2055 \times 10^{-2} \left(\frac{0.26783}{46.301 - \lambda^{-2}} + \frac{0.29481}{59.578 - \lambda^{-2}} + \frac{5.0333}{112.74 - \lambda^{-2}} \right) \tag{3.24}$$

con λ espressa in micrometri. Il primo termine dà il contributo della prima banda di assorbimento; il secondo è associato alla seconda e terza riga (rispettivamente a 129.5 e 125.6 nm); il terzo include tutte le altre transizioni [43].
La dipendenza di $\alpha(\omega, T)$ dalla temperatura dei gas nobili è stata studiata su un intervallo compreso tra 20 e 1100 ^{0}K. Usando un interferometro di Michelson ($\lambda = 632, 99$ nm) è stato studiato l'intervallo 300-1100 K [39] confermando quanto atteso teoricamente: la dipendenza dalla temperatura di $\alpha(\omega, T)$ è trascurabile nell'intervallo studiato. Questa affermazione è particolarmente vera per lo Xe il quale mostra una variazione relativa di $(\alpha(T) - \bar{\alpha})/\bar{\alpha} < 1\%$, se $\bar{\alpha}$ è la polarizzabilità ottenuta facendo la media aritmetica delle misure sull'intervallo 300-1100 K.
In conclusione $\alpha(\omega, T)$ per lo Xe gassoso mostra una dispersione normale fra 148$< \lambda <$633 nm e una dipendenza dalla temperatura trascurabile tra 20-1100 ^{0}K.

3.2.3 Secondo e terzo coefficiente del viriale rifrattivo

Lo studio della dipendenza di B_{R} dalla pulsazione angolare ω e dalla temperatura T è meno semplice di quello di A_{R}. In particolare, riferendoci allo Xe,

non c'è sempre buon accordo tra previsioni teoriche e risultati sperimentali.
Dal significato fisico di B_{R} segue la dipendenza di quest'ultimo dall'incremento della polarizzabilità per due molecole interagenti. La polarizzabilità della coppia non è semplicemente la somma delle polarizzabilità molecolari di particelle libere. E' presente un termine aggiuntivo che tiene conto dei meccanismi d'interazione:

$$\alpha_{12}(\omega, T, r) = 2\alpha(\omega, T) + \Delta\alpha_{12}(\omega, T, r) \tag{3.25}$$

dove α_{12} è la polarizzabilità della coppia, $\Delta\alpha_{12}$ è la polarizzabilità diatomica ed r la distanza tra le molecole. Tale grandezza è un tensore. Come nello studio di A_{R} faremo riferimento a quantità medie. Nell'espressione di B_{R} utilizzeremo la traccia di $\Delta\alpha_{12}$ in termini della polarizzabilità parallela e perpendicolare all'asse d'interazione:

$$\Delta\alpha_{12}(\omega, T, r) = \frac{\alpha_{\parallel}(\omega, T, r) + 2\alpha_{\perp}(\omega, T, r)}{3} - 2\alpha(\omega, T) \tag{3.26}$$

Nel caso statico l'espressione di B_{ϵ} è stata ricavata rigorosamente usando la meccanica statistica classica [44]. La generalizzazione al caso dinamico richiede che siano verificate alcune ipotesi:

1. La lunghezza d'onda della perturbazione esterna sia maggiore delle dimensioni della coppia interagente.

2. L'espansione del viriale del momento di dipolo indotto della coppia interagente converga per campi dipendenti dal tempo.

3. Si assume che il potenziale d'interazione U(r) sia indipendente dalla frequenza del campo esterno.

Sotto queste ipotesi vale la seguente espressione [41]:

$$B_R = \frac{8\pi N_A^2}{3} \int_0^{\infty} \Delta\alpha_{12}(\omega, r) \exp\left(-\frac{U(r)}{kT}\right) r^2 dr \tag{3.27}$$

E' importante osservare che si è implicitamente trascurata la dipendenza dalla temperatura di $\Delta\alpha(\omega, T, r)$. Nel paragrafo precedente è stato dimostrato che questa affermazione è valida per $\alpha(\omega, T)$, ma non è ovvio che sia vero anche per $\alpha_{12}(\omega, T, r)$.
Dunque determinare analiticamente B_{R} (o B_{ϵ}) significa disporre di modelli

B_{R} cm^6 mol^{-2}	T, P (K), (bar)	λ (nm)	Purezza campione	Ref
35 ± 2	T=242.95	–	–	[40]
	$P < 13$			
32 ± 2	T=323.15	–	–	[40]
	$P < 13$			
12 ± 2	T=407.6	–	–	[40]
	$P < 13$			
28.5 ± 0.5	T=348	632.99	$H_2O < 5ppm$	[42]
	$1 < P < 400$		$O_2 < 2ppm$	[42]
25.5 ± 2.85	T=293.60	632.99	–	[41]
	$P < 3$			[41]
25.5 ± 2.85	T=294.05	”	–	”
$24.58\pm$	T=293.6	543.516	–	”
$25.26\pm$	T=294.05	”	–	”
$23.25\pm$	T=293.6	325.139	–	”
$23.25\pm$	T=294.05	”	–	”

Tabella 3.5: Misure del secondo coefficiente del viriale dielettrico e rifrattivo, per Xe gassoso in diverse condizioni termodinamiche in funzione della frequenza.

che descrivano la polarizzabilità diatomica ed il potenziale d'interazione.
L'espressione che guida la misura del secondo coefficiente del viriale rifrattivo (sia statico che dinamico) è ancora una volta la (3.20). Anche sperimentalmente la determinazione di B_{R} è più delicata di quella di A_{R}. Infatti il secondo addendo in (3.20) contiene B_{R} ma generalmente $|B_{\mathrm{R}}| < |A_{\mathrm{R}}B(T)|$ e dunque un grafico di F_{LL}/ρ_0 in funzione di ρ_0 non permette una misura significativa di B_{R}. Un piccolo errore sulla pendenza della curva si traduce in un grosso errore sulla grandezza che vogliamo determinare. Un modo per superare tale difficoltà è usare tecniche interferometriche differenziali ([40] e [42]) oppure eseguire delle misure relative ad una frequenza fissata ([41] e [45]).

Riportiamo in Tabella 3.5 i risultati sperimentali relativi alla dipendenza di B_{R} dalla frequenza. I valori misurati suggeriscono una dispersione anomala di B_{R} non prevista teoricamente. In Tabella 3.6 riportiamo i risultati

T (K)	B_{R} cm^6 mol^{-2}
294.24	37.2 ± 8.9
387.27	34.8 ± 2.6
478.32	29.7 ± 2.0
564.46	27.1 ± 3.3
665.78	27.2 ± 1.8
762.24	27.3 ± 2.3
859.20	26.2 ± 1.3
965.03	24.6 ± 2.4
1079.69	24.2 ± 0.1

Tabella 3.6: Secondo coefficiente del viriale rifrattivo B_{R} in funzione della temperatura.

sperimentali di B_{R} per $\lambda = 325.13$ nm rispetto a B_R per $\lambda = 632.99$ nm in funzione della temperatura. Il secondo coefficiente del viriale ha una dispersione non ben definita e una dipendenza dalla temperatura non trascurabile, con $dB_{\mathrm{R}}/dT < 0$.

Riguardo al terzo coefficiente del viriale ci limitiamo a riportare in Tabella 3.7 i valori misurati.

C_{R} cm^9 mol^{-3}	T, P (K), (bar)	λ (nm)	Ref
-3482 ± 310	323.15	∞	[40]
	$P < 13$		
-1164 ± 437	407.6	∞	”
	$P < 13$		
-1802.0 ± 50.0	348	632.99	[42]
	$1 < P < 400$		

Tabella 3.7: Terzo coefficiente del viriale rifrattivo C_{R} per Xe gassoso.

3.2.4 La funzione F_{LL} dello Xe nel passaggio di stato gas-liquido

In questo paragrafo cercheremo di rispondere alla domanda: la semplice relazione di Clausius-Mossotti è valida a qualsiasi pressione e stato di aggregazione dello Xe? Se la risposta è affermativa avremo a disposizione un utile strumento che ci permette di 'trasferire' informazioni relative allo Xe gassoso allo Xe liquido.

Con i dati presentati nella sezione precedente si calcolano i contributi alla rifrattività dei termini superiori al primo nel caso statico e nel visibile. Fissata la temperatura e la lunghezza d'onda si può verificare che, sia a basse densità sia alle densità dello Xe liquido, i termini dello sviluppo del viriale superiori al primo sono trascurabili. Quantitativamente l'errore su A_{R} non supera in ogni caso lo 0.01%. Dunque, anche alle densità del liquido, per frequenze minori o uguali alla regione del visibile la funzione F_{LL} è semplicemente l'espressione generalizzata al caso dinamico della relazione di Clausius-Mossotti:

$$\frac{n^2(\omega,\rho,T)-1}{n^2(\omega,\rho,T)+2} = A_R(\omega)\rho \tag{3.28}$$

dove abbiamo usato il fatto che A_{R} per lo Xe non dipende dalla temperatura. Misure di indice di rifazione in Xe liquido nel visibile confermano quanto appena detto ([23] e [46]).

E' da sottolineare la corrispondenza dei valori misurati di A_{R} nel liquido e nel gas, a frequenza fissata. I due valori, $A_{\mathrm{R}}(\lambda = 546.1\mathrm{nm}) = 10.473\ \mathrm{cm}^3\ \mathrm{mol}^{-1}$ misurato nel liquido [46] e $A_{\mathrm{R}}(\lambda = 543.516\mathrm{nm}) = 10.509\ \mathrm{cm}^3\ \mathrm{mol}^{-1}$ misurato in gas [41](in entrambi i casi gli errori sono inferiori allo 0.1%), si discostano al più di una parte su cento. A_{R} dipende poco dalla transizione di fase. Questa affermazione è di fondamentale importanza per le considerazioni successive. Assumendo che tale corrispondenza gas-liquido sia valida anche nel VUV, poichè disponiamo di misure di A_{R} in questo intervallo di frequenze per lo Xe gassoso, dalla (3.28) possiamo ricavare l'indice di rifrazione alla frequenza di scintillazione in fase liquida semplicemente riscalando la densità. Tale procedura può essere applicata a qualsiasi gas nobile [48]. Tuttavia la corrispondenza di A_{R} gas-liquido non è più soddisfatta in prossimità delle bande di assorbimento del mezzo. Questa constatazione fissa l'applicabilità di questa procedura alle regioni lontane dalle risonanze, come non ancora osservato in precedenza. Inoltre nel VUV non disponiamo di misure di B_{R} e C_{R} per poter eseguire un controllo diretto relativo alla linearità di F_{LL} in funzione della densità. Interpolando linearmente le misure di n disponibili è stato possibile controllare indirettamente che il contributo dei coefficienti B_{R} e C_{R} allo sviluppo del viriale in Xe liquido nel VUV sono trascurabili.

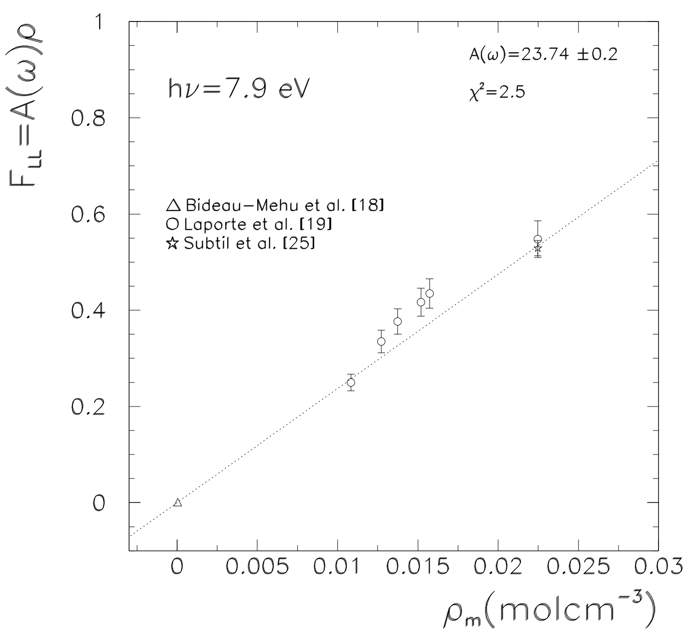


Figura 3.1: Controllo della linearità di F_{LL} in funzione della densità ρ_m, da Xe gassoso a Xe liquido per hν=7.9 eV.

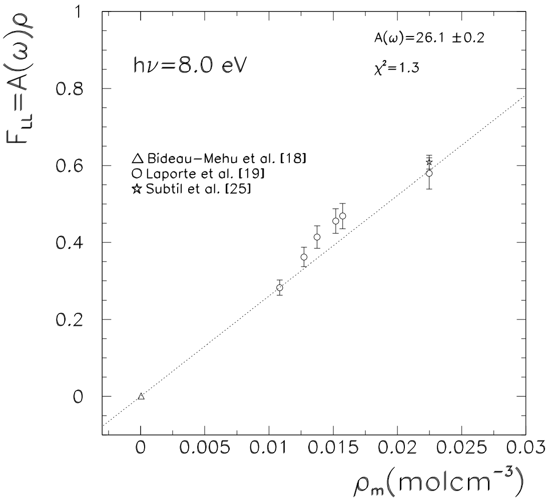


Figura 3.2: Controllo della linearità di F_{LL} in funzione della densità ρ_m, da Xe gassoso a Xe liquido per hν=8.0 eV.

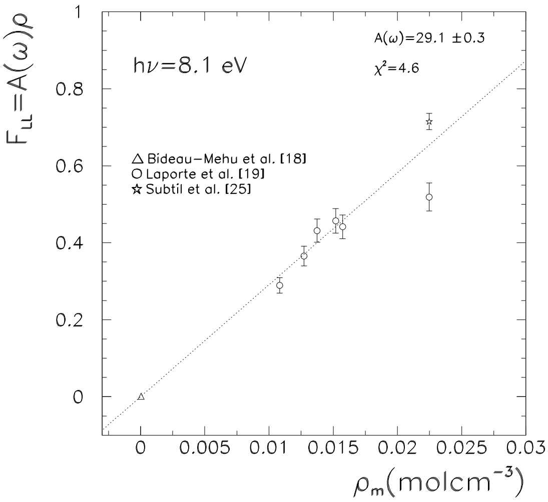


Figura 3.3: Controllo della linearità di F_{LL} in funzione della densità ρ_m, da Xe gassoso a Xe liquido per hν=8.1 eV.

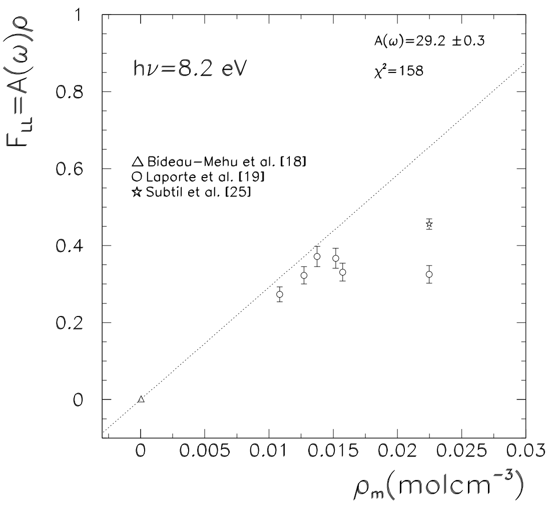


Figura 3.4: Controllo della linearità di $F_{\rm LL}$ in funzione della densità ρ_m, da Xe gassoso a Xe liquido per hν=8.2 eV.

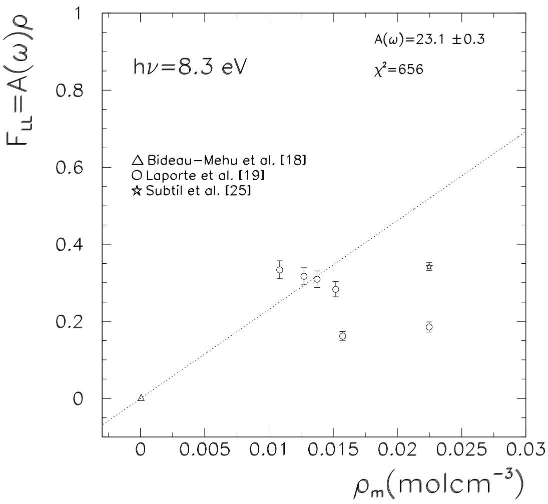


Figura 3.5: Controllo della linearità di $F_{\rm LL}$ in funzione della densità ρ_m, da Xe gassoso a Xe liquido per hν=8.3 eV.

Misure di n su un largo intervallo di densità (da gas fino a liquido) attorno alla prima banda di assorbimento ($\lambda = 146.9$ nm) [47], misure di n in liquido su un largo intervallo di frequenze [27] e misure in liquido a $\lambda = 178$ e $\lambda = 180$ nm ([28] e [26]) sono utilizzate per eseguire tale controllo. Se A_{R} non dipende dallo stato di aggregazione del materiale, riportando la funzione di Lorentz-Lorenz F_{LL} in funzione della densità ci aspettiamo una retta, la cui pendenza è proprio il valore di A_{R} alla frequenza di misura. Le Figure 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 mostrano i risultati ottenuti. I valori di n fanno riferimento alle determinazioni in [43], [47] e [27]. Le interpolazioni sono state ottenute imponendo la dipendenza lineare di F_{LL} in funzione della densità. Dunque l'unico parametro libero è la pendenza della retta. In Tabella 3.2.4 confrontiamo i parametri ottenuti, indicati con A_{R}^{FIT} con quelli in Xe gassoso [43], indicati con A_{R}^{GAS}. Si può constatare che la linearità e, dato il tipo d'interpolazione, la corrispondenza $A_{\mathrm{R}}^{FIT} \equiv A_{\mathrm{R}}^{GAS}$ sono consistenti solo in prossimità della risonanza ma non nelle bande di assorbimento. Combinando questo risultato con l'analisi eseguita numericamete nel visibile e in caso statico, sembra realistico affermare che la (3.28) è soddisfatta anche nell'intervallo di frequenze nel VUV di nostro interesse. La validità di questa affermazione sembra essere confermata dalla Figura 3.7 (la Figura 3.8 è data per completezza), in cui è stata sovrapposta l'interpolazione delle misure di indice di rifrazione in Xe gassoso, opportunamente riscalata in densità, sulle misure a largo intervallo in frequenza in Xe liquido [27]. Si accetta una discrepanza di qualche percento, da attribuire alle approssimazioni nella teoria ed alle misure eseguite in condizioni differenti.

Ad energie superiori alla prima banda di assorbimento queste affermazioni non sono più vere. Lo sviluppo di eccitoni, una coppia legata buca-elettrone, durante la transizione di fase, rende più complicata la trattazione dettagliata in questi intervalli (vedi la Figura 3.9). La relazione di dispersione usata non tiene conto in maniera adeguata delle nuove bande di assorbimento presenti nel liquido.

Per quanto sopra esaminato, dai dati in gas [43] è possibile estrapolare l'indice di rifrazione in Xe liquido alla frequenza di scintillazione. Usando la (3.28) il valore ottenuto a 178 nm è $n = 1.65 \pm 0.025$. L'errore è stato calcolato mediante la (3.28), assumendo un'incertezza del 3% nel valore di $A(\omega)$, determinata dai parametri dell'interpolazione.

In Figura 3.10 sono confrontati i valori misurati di indice di rifrazione in Xe liquido con quelli estrapolati. Ci riferiamo separatamente alle due lunghezze d'onda di $\lambda = 178$ e $\lambda = 180$ nm poichè la dipendenza di A_{R} dalla frequenza

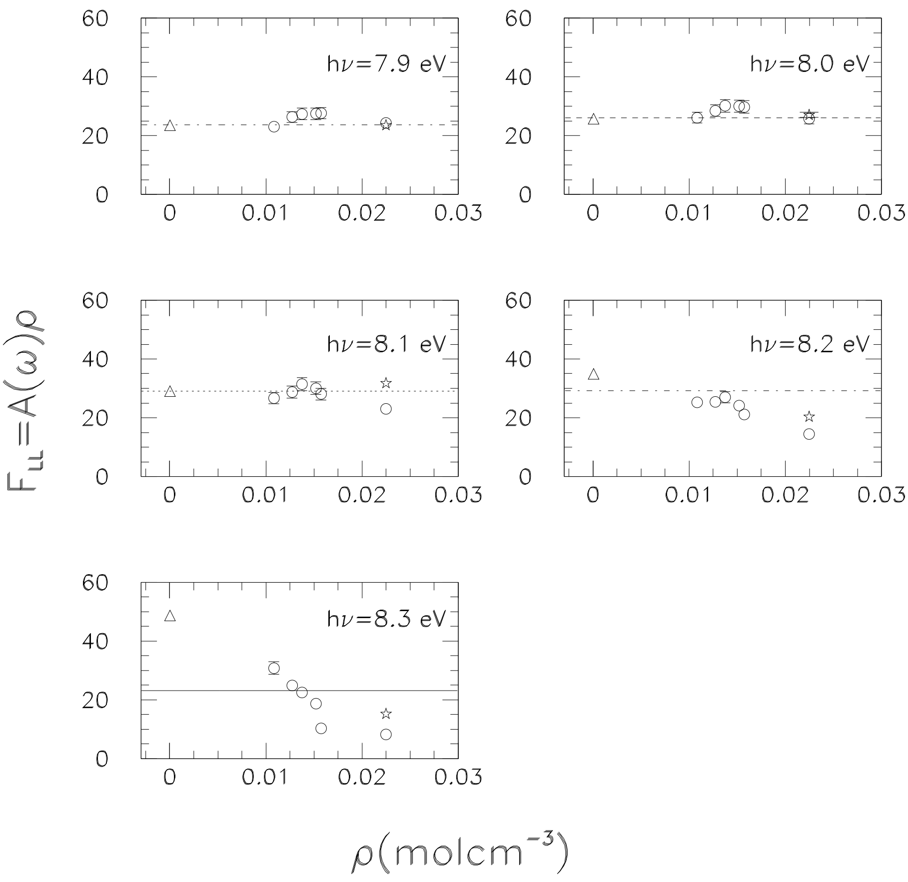


Figura 3.6: $A(\omega)$ in funzione della densità ρ_m per diverse energie. $A(\omega)$ corrisponde approssimativamente ad una costante fino a $h\nu \approx 8.1$ eV.

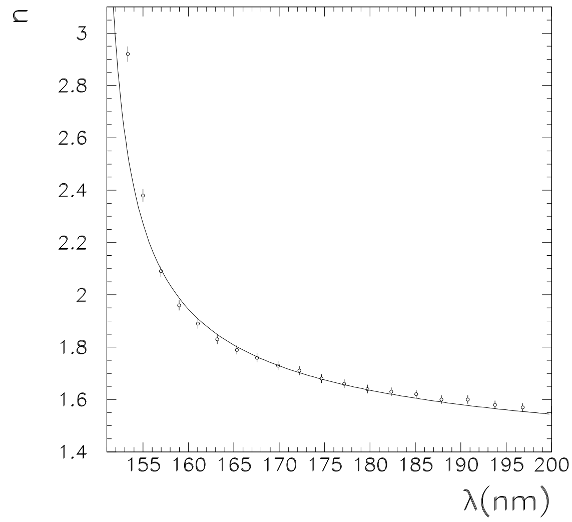


Figura 3.7: Confronto tra la curva di fit ottenuta in Xe gassoso (linea tratteggiata) [43] e le misure in Xe liquido (cerchi aperti) [27].

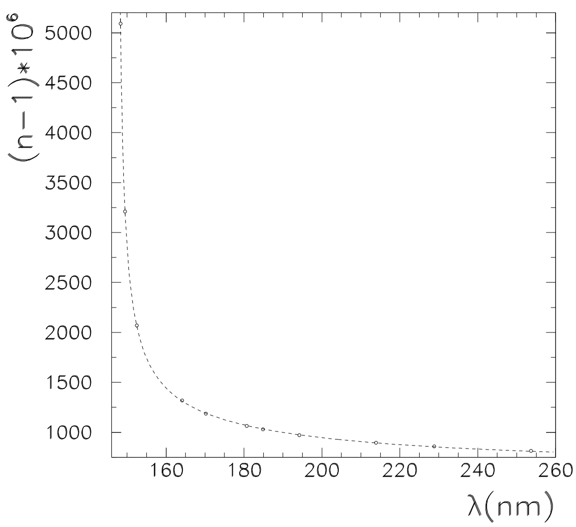


Figura 3.8: Misure di indice di rifrazione in Xe gassoso (cerchi aperti) e relativa funzione di fit (linea tratteggiata) [43].

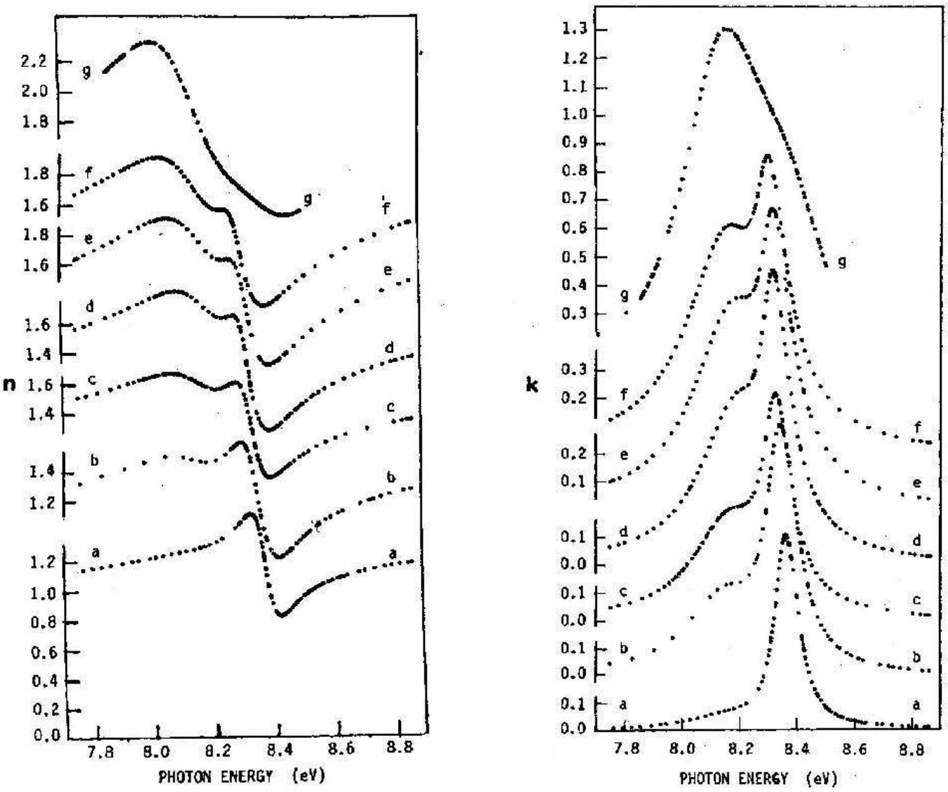


Figura 3.9: Parte reale ed immaginaria dell'indice di rifrazione dello Xe nella regione della prima banda di assorbimento. La densità aumenta da a a g (la linea di emissione dello Xe liquido è a 7.1 eV) [47].

è molto pronunciata in tale intervallo. Gli errori sono quelli riportati dagli autori, eccetto [27] al quale è stato attribuito arbitrariamente un errore sistematico del 3%, perchè non riportato esplicitamente nel lavoro. Nel limite degli errori le misure sono consistenti ad esclusione del valore in [26], per il quale è dichiarato un errore molto piccolo. Limitandoci a $\lambda = 178$ nm è possibile confrontare l'indice di rifrazione mediato sulle misure ed il nostro valore estrapolato. Usando:

$$\overline{n} = \sum_i \frac{n_i}{\sigma_i^2} / \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} \tag{3.29}$$

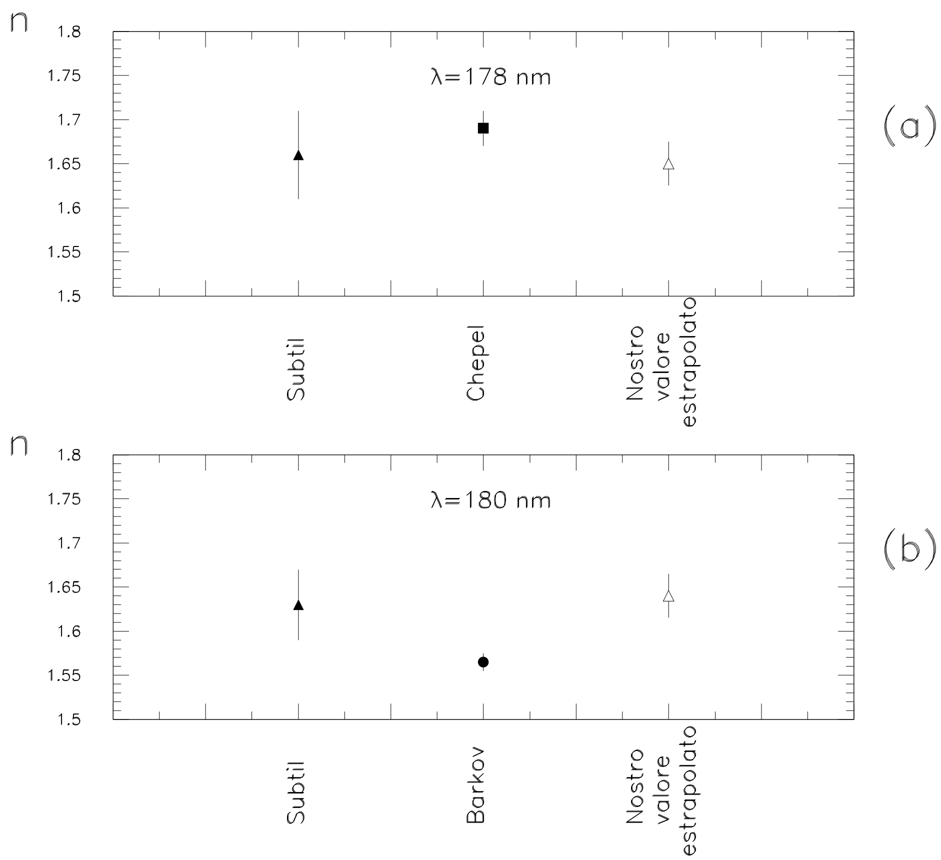


Figura 3.10: Misure di indice di rifrazione in Xe liquido (simboli neri) [27, 43, 26] sono confrontati con i valori estrapolati a bassa densità (triangolo aperto) per due diverse lunghezze d'onda.

λ (nm)	E (eV)	$A_{\rm R}^{FIT}$ cm^3 mol^{-1}	$A_{\rm R}^{GAS}$ [43] cm^3 mol^{-1}
156.962	7.9	23.7 ± 0.2	23.6 ± 0.2
155	8	26.1 ± 0.2	28.9 ± 0.3
153.086	8.1	29.1 ± 0.3	29.2 ± 0.3

Tabella 3.8: Confronto tra i valori di $A_{\rm R}^{FIT}$ determinati al variare della densità dello Xe ([43], [47] e [27]) e di $A_{\rm R}^{GAS}$ ([43]).

e

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}} \tag{3.30}$$

si ottiene $\overline{n} = 1.67 \pm 0.02$. La Figura 3.11 riassume le considerazioni fatte, riportando i valori di $A_{\rm R}$ da misure di indice di rifrazione in Xe gassoso (pallini bianchi) [43], durante la transizione di fase (stelline nere), in fase liquida (quadratini neri e pallina nera) [27], [28] e [26]. La funzione interpolante è la (3.24).

In conclusione è possibile calcolare l'indice di rifrazione dello Xe in fase liquida alla frequenza di scintillazione sfruttando misure eseguite in condizioni fisiche diverse. Il valore calcolato è in buon accordo con quelli misurati.

3.3 Relazione tra lunghezza di diffusione Rayleigh e indice di rifrazione

In questa sezione discuteremo la relazione tra n e $\lambda_{\rm R}$, verificando come le proprietà ottiche dello xenon influenzino direttamente le prestazioni del calorimetro.

Se il mezzo è rarefatto la sezione d'urto che descrive il processo di diffusione, sotto le seguenti ipotesi :

1. dimensioni dei corpi diffondenti piccoli rispetto alla lunghezza d'onda incidente

2. grandi distanze dal centro diffusore

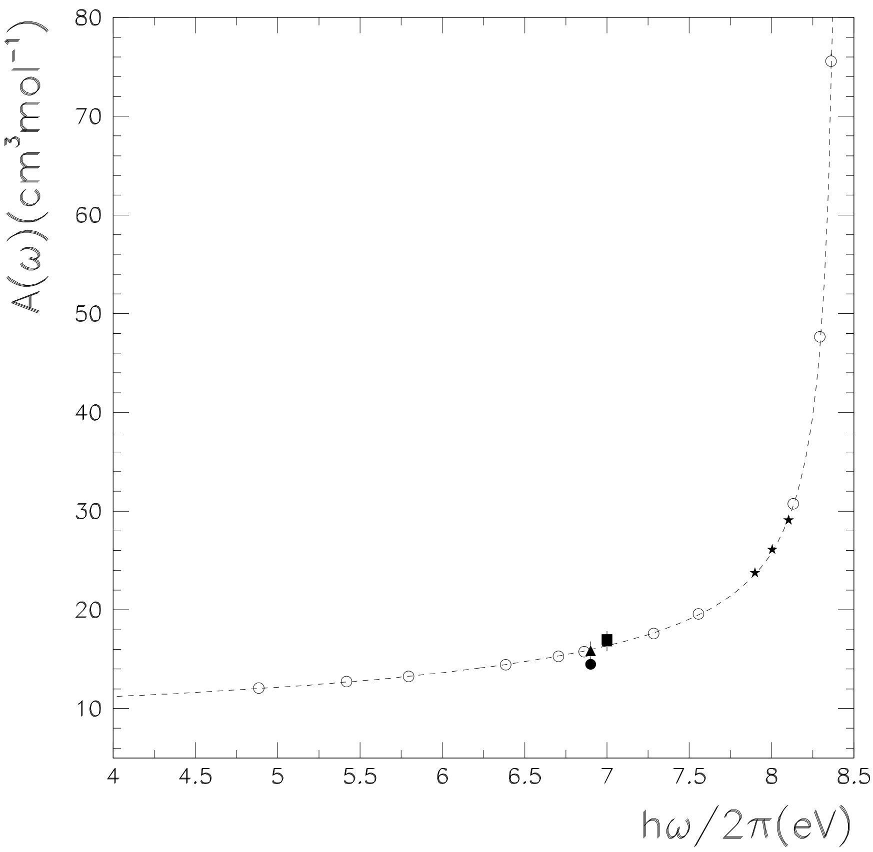


Figura 3.11: L'andamento dispersivo di $A(\omega)$ in funzione dell'energia dei fotoni $\hbar\omega$. Sono mostrate le misure sperimentali a densità più elevate (vedi testo).

è la nota sezione d'urto di diffusione Rayleigh [38]:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{k^4}{6\pi N^2}\left|(\epsilon-1)\right|^2 \\ &\simeq \frac{2k^4}{3\pi N^2}\left|(n-1)\right|^2\end{aligned} \tag{3.31}$$

dove k è il numero d'onda della perturbazione[2], ϵ è la permeabilità dielettrica del mezzo, n l'indice di rifrazione ed N il numero di molecole per volume unitario. Nell'ultima eguaglianza è stata sfruttata $|(\epsilon-1)| << 1$, valida per tutti i gas rarefatti. Nota la sezione d'urto il coefficiente di estinzione, l'inverso della lunghezza di diffusione, è dato dalla relazione:

$$h = \frac{1}{\lambda_R} \equiv N\sigma \simeq \frac{2k^4}{3\pi N}\left|(n-1)\right|^2 \tag{3.32}$$

Se il mezzo è denso la trattazione è più complicata. Macroscopicamente possiamo descrivere le fluttuazioni della permeabilità dielettrica in termini delle variabili termodinamiche (ad es. ρ e T). Per una sostanza pura risulta [49]:

$$\frac{1}{\lambda_{\mathrm{R}}} = \frac{\omega^4}{6\pi c^4}\left[KT\rho^2\kappa_{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)_{\mathrm{T}}^2 + \frac{KT^2}{\rho c_{\mathrm{v}}}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial T}\right)_{\rho}^2\right] \tag{3.33}$$

dove c è la velocità della luce, κ_{T} la compressibilità isoterma, c_{v} il calore specifico a volume costante e K la costante di Boltzmann. Questa espressione si riduce alla (3.32) nel caso di gas rarefatto.
Lo Xe è una sostanza non polare e, per quanto detto nella sezione precedente, la dipendenza della polarizzabilità molecolare, e quindi di ϵ, dalla T è trascurabile. La (3.33) si semplifica notevolmente poichè solo il primo termine è diverso da zero. Fissate le condizioni termodinamiche dalla relazione di Clausius-Mossotti, che riscriviamo nella forma:

$$\frac{n^2(\omega)-1}{n^2(\omega)+2} = \frac{\epsilon(\omega)-1}{\epsilon(\omega)+2} = A_R(\omega)\rho \tag{3.34}$$

si ha

$$\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)_{\mathrm{T}} = \frac{[n(\omega)^2-1][n(\omega)^2+2]}{3\rho} \tag{3.35}$$

[2]Nelle condizioni indicate i dipoli diffondenti emettono alla stessa pulsazione dell'onda incidente.

che sostituita in (3.33) dà:

$$\frac{1}{\lambda_{\rm R}} \;=\; \frac{\omega^4}{6\pi c^4}\left\{KT\kappa_{\rm T}\frac{[n^2(\omega)-1]^2[n^2(\omega)+2]^2}{9}\right\}. \tag{3.36}$$

Questa equazione stabilisce perciò un utile relazione tra indice di rifrazione in Xe liquido puro e lunghezza di diffusione. In particolare, al valore di n da noi estrapolato possiamo associare il valore di $\lambda_{\rm R}$ secondo la (3.36). Una corretta predizione richiede che sia eseguita una media sullo spettro di emissione dello Xe. Per calcolare $\lambda_{\rm R}$ ad una data frequenza si deve conoscere la dipendenza funzionale di n dalla frequenza stessa. Qui di seguito, assumendo valida la relazione (3.28), useremo la funzione d'interpolazione sui dati in Xe gassoso, riscalata in densità. In questo modo il valore ottenuto può essere confrontato con le misure sperimentali. Queste sono sempre eseguite mediante eccitazioni da sorgenti radiative, caratterizzate da una non trascurabile larghezza a metà altezza dello spettro. Dalla Tabella 3.1 lo spettro di scintillazione dello Xe liquido, centrato a $\lambda = 178$ nm, ha una larghezza a metà altezza FHWM=14 nm. Nelle operazioni di media il picco di emissione è schematizzato con una funzione quadrata larga 14 nm, normalizzata ad 1. L'integrale è stato eseguito numericamete su un intervallo in lunghezza d'onda compreso tra i 157 nm e 207 nm. Il valore associato al valore di n estrapolato è $\lambda = 43.6 \pm 5.7$ cm. L'errore è stato determinato mediante la seguente:

$$\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \approx 8.6\frac{\sigma_n}{n} \tag{3.37}$$

ottenuta dalla (3.36), calcolata a 178 nm per n=1.65. Quest'ultima relazione suggerisce che una buona misura in $\lambda_{\rm R}$ seleziona un valore di n con un piccolo errore. Le sole misure pubblicate di $\lambda_{\rm R}$ alla frequenza di scintillazione danno $\lambda_R = 29 \pm 2$ cm e $\lambda_R = 36.4 \pm 1.8$ cm, incompatibili tra di loro dati gli errori. I valori dell'indice di rifrazione associati mediante la (3.36) sono rispettivamente $n = 1.70 \pm 0.014$ e $n = 1.67 \pm 0.01$. Disponendo di una misura di $\lambda_{\rm R}$ e n sullo stesso campione di Xe è possibile controllare sperimentalmente la validità della (3.36). In Figura 3.12 è riportata la (3.36) prima e dopo aver eseguito la media sullo spettro; le differenze tra le due curve sono piccole. Nella stessa figura l'unica misura sperimentale contemporanea di n e $\lambda_{\rm R}$ [28] (quadrato nero) è confrontata con i nostri valori estrapolati per le stesse quantità (triangolo bianco), ottenuti dai dati relativi a Xe rarefatto.

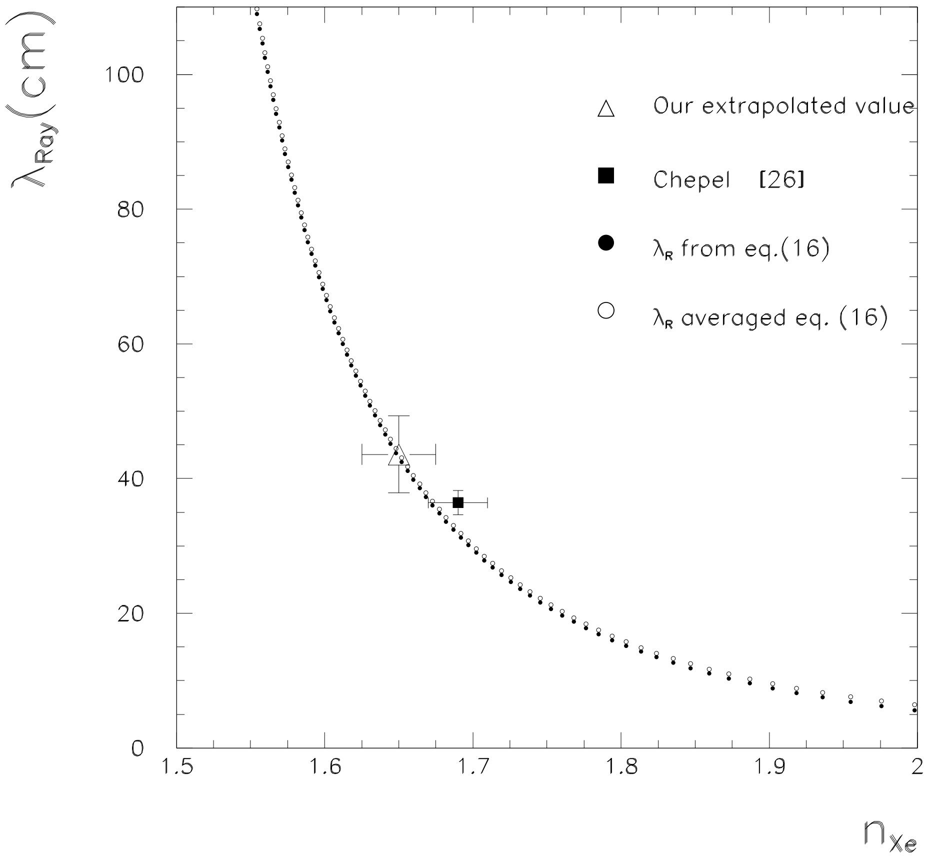


Figura 3.12: λ_R vs n dalla (3.36) (cerchi neri). E' inoltre mostrato il risultato ottenuto dalla media sullo spettro della (3.36) (cerchi aperti). L'unica misura sperimentale sia di λ_R sia di n è confrontata con i valori predetti dal nostro modello.

3.3.1 λ_{ass} in caso di impurezze del mezzo

La permeabilità dielettrica è una caratteristica del mezzo. La presenza di impurezze richiede a priori che il valore di ϵ usato nella (3.33) sia quello della miscela. Sotto l' ipotesi di impurezze di sostanze non-polari e sufficientemente diluite, il contributo addizionale nell' espressione (3.33) per fluidi non puri è [48]:

$$h_{imp} = \frac{8\pi^3\omega^4}{3c^4}\left[\frac{xM}{N_a}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial x}\right)^2\right] \tag{3.38}$$

dove x è la concentrazione dell' impurezza ed M il suo peso molecolare. Usando l' approssimazione:

$$\epsilon \approx x\epsilon_{imp} + (1-x)\epsilon_{Xe} \tag{3.39}$$

l' equazione (3.38) diventa:

$$h_{imp} = \frac{8\pi^3\omega^4}{3c^4}\frac{xM}{N_a}(\epsilon_{Xe} - \epsilon_{imp})^2 \tag{3.40}$$

Quando il livello di impurezze è basso e $\epsilon_{Xe} - \epsilon_{imp} \approx 1$, il contributo dato dalla (3.40) è trascurabile, cioè:

$$h_{imp} \approx 10^{-8}\left(\frac{x}{1ppm}\right) cm^{-1} \tag{3.41}$$

Dunque la presenza di impurezze non polari diluite preserva la validità della (3.33). Al contrario maggiore importanza acquista la presenza di sostanze assorbenti nel VUV come il vapore acqueo e le molecole di ossigeno. In Figura 3.13 e Figura 3.14 riportiamo le loro sezioni d' urto, che evidenziano l' assorbimento nella regione di emissione dello Xe ([50] ed i riferimenti contenuti in essa), alle quali è sovrapposto lo spettro di scintillazione in unità arbitrarie per un migliore confronto. Dalla sezione d' urto è possibile calcolare il contributo alla lunghezza di assorbimento, data la concentrazione dell' impurezza. In Figura 3.15 e Figura 3.16 riportiamo λ_{ass} in funzione dello spettro [50]. I grafici suggeriscono che è necessario spingersi a concentrazioni di impurezze inferiori a 10 ppb, soprattutto per l' acqua, affinché la lunghezza di assorbimento sia superiore al metro. Avendo a che fare con un campione abbastanza puro, per il quale si può assumere λ_{ass} maggiore di un metro, la λ_{att} e determinata in pratica solo dalla diffusione. In Tabella 3.3.1

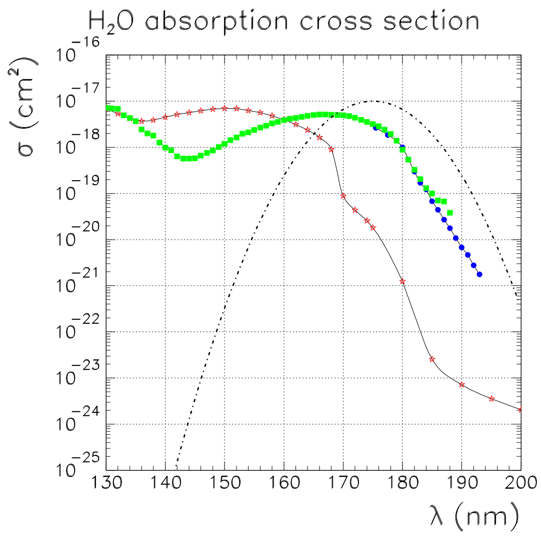


Figura 3.13: Sezione d' urto (cm^2) di assorbimento per H_2O (stelle rosse=liquido quadrati blu=vapore) con sovrapposto lo spettro di scintillazione dello Xe liquido (in scala arbitraria).

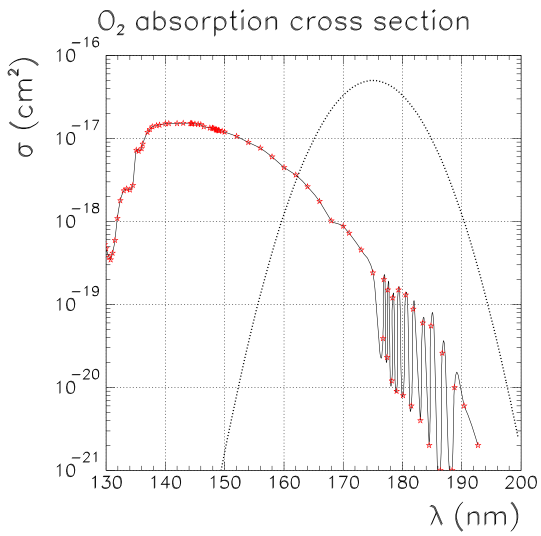


Figura 3.14: Sezione d' urto (cm^2) di assorbimento per O_2 con sovrapposto lo spettro di scintillazione dello Xe liquido (in scala arbitraria).

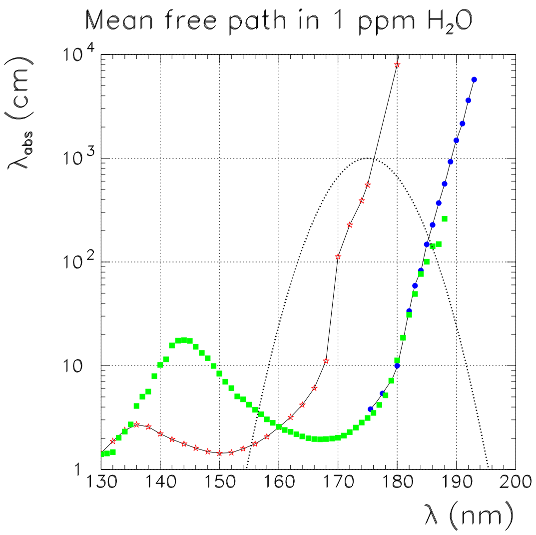


Figura 3.15: Lunghezza di assorbimento λ_{ass} dello Xe liquido drogato con 1ppm di H_2O (stelle rosse=liquido, quadrati blu e verdi=vapore), con sovrapposto lo spettro di scintillazione dello Xe (in scala arbitraria).

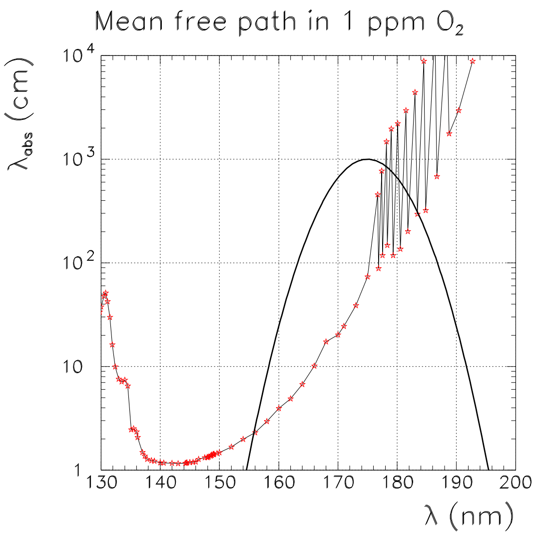


Figura 3.16: Lunghezza di assorbimento λ_{ass} dello Xe liquido drogato con 1ppm di O_2, con sovrapposto lo spettro di scintillazione dello Xe (in scala arbitraria).

λ_{att} (cm)		Ref.
29^+_-2	Ishida et al.	[33]
$36.4^+_-1.8$	Chepel et al.	[28]

Tabella 3.9: Valori misurati di λ_{att} per Xe liquido in VUV

riportiamo le misure di lunghezza di attenuazione. Il valore estrapolato con la procedura di Lanou et al. non si discosta molto dalle misure di Chepel et al. ed Ishida et al.
Tuttavia sono richieste ulteriori misure, sia di indice di rifrazione sia di lunghezza di attenuazione in condizioni sperimentali (ad es. purezza del campione) ben definite. Infatti la presenza di elementi assorbenti nell' intervallo di frequenza di emissione di luce influenza anche l' indice di rifrazione, e quindi λ_{Ray}. Dal teorema ottico si ha:

$$Imf(0) = \frac{k}{4\pi}\sigma_{tot} \tag{3.42}$$

dove f(0) è l' ampiezza di diffusione (per $\theta = 0$) e σ_{tot}:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{ass} + \sigma_{dif} \tag{3.43}$$

Inoltre:

$$\lambda_{att} = \frac{1}{N\sigma_{tot}} \tag{3.44}$$

e:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{dif}(0) = |Ref(0)|^2 + |Imf(0)|^2 \tag{3.45}$$

Dunque la (3.33) in presenza di assorbitori non può essere applicata. Questo risultato complica ad es. la realizzazione di una simulazione che dipenda da una precisa conoscenza di λ_{ass}, λ_{att} e l' indice di rifrazione, quando un forte assorbimento è presente nella regione di scintillazione dello xenon.

Capitolo 4

Ricostruzione degli eventi

La segnatura del decadimento $\mu \rightarrow e\gamma$ è una coppia elettrone-fotone con le due particelle di energia ≈ 52.8 MeV, emesse in direzioni opposte (il decadimento del muone avviene a riposo). Una buona identificazione del processo richiede una misura ad elevata risoluzione dell'energia, dell'angolo relativo e delle differenza temporale tra le due particelle. Illustreremo i metodi utilizzati per la ricostruzione della direzione di volo del fotone e della sua energia. Discuteremo il comportamento atteso del calorimetro finale e del Large Prototype, facendo particolare riferimento alla diffusione Rayleigh ed all'assorbimento, che influenzano direttamente le proprietà del rivelatore. Distingueremo tra il caso 'ideale' e 'realistico' a seconda che $\lambda_{ass} = \lambda_{Ray} = \infty$ o che queste due grandezze siano finite.

4.1 Rivelatore finale

In Figura 4.1 è riportato uno schema del calorimetro finale, evidenziando la distribuzione dei PMT. Le principali caratteristiche sono riportate in Tabella 4.1. L'asse z positivo è orientato lungo il fascio. Il calorimetro è contenuto nel semipiano $x > 0$; $y = 0$ e $z = 0$ sono piani di simmetria del rivelatore. Lo Xenon liquido (800 l) riempie un contenitore di alluminio di spessore 0.6 cm sul quale sono montati i supporti in plastica dei PMT. Una camera a vuoto di 3 cm di spessore separa il contenitore interno da quello esterno, di spessore 0.3 cm. La distribuzione dei PMT sulle facce del rivelatore è riportata in Tabella 4.2. Abbiamo indicato con parete d'ingresso e parete di uscita rispettivamente le superfici curve vicina e lontana dal bersaglio,

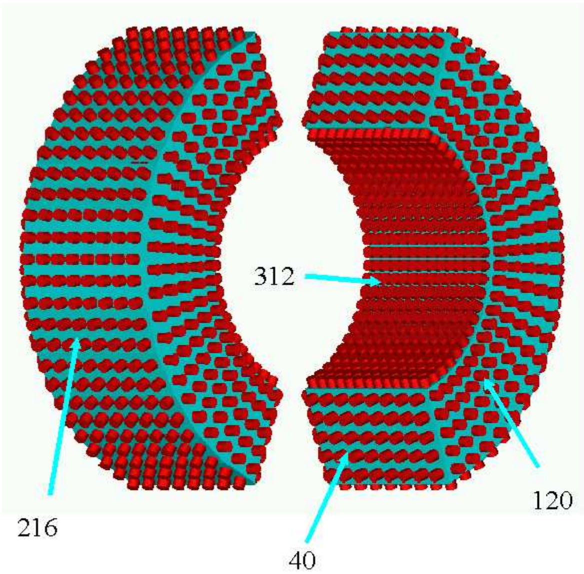


Figura 4.1: Schema simulato del calorimetro a xenon liquido e distribuzione dei PMT sulle pareti.

Raggio interno	65 cm
Raggio esterno	112 cm
Altezza	80 cm
Apertura angolare(θ)	$-0.35 < cos\theta < 0.35$
Apertura angolare(ϕ)	$-60^0 < \phi < 60^0$

Tabella 4.1: Principali parametri relativi al calorimetro a Xenon liquido.

Superficie	numero PMT
Parete d'ingresso	312
Parete di uscita	216
Pareti laterali ($\times 2$)	240
Pareti superiori ($\times 2$)	80
Totale	848

Tabella 4.2: Distribuzione dei PMT sulle faccie del calorimetro

pareti laterali le superfici sul piano (x, y), ortogonale alla direzione d'incidenza del fascio, e pareti superiori le altre due. La densità superficiale dei PMT sulla parete d'ingresso e' maggiore rispetto alle altre. Questa scelta è direttamente collegata alle caratteristiche dello sciame (Vedi Sezione 4.1.1). I metodi considerati per la determinazione della posizione e dell'energia del fotone all'interno del rivelatore sono uno per la posizione e due per l'energia:

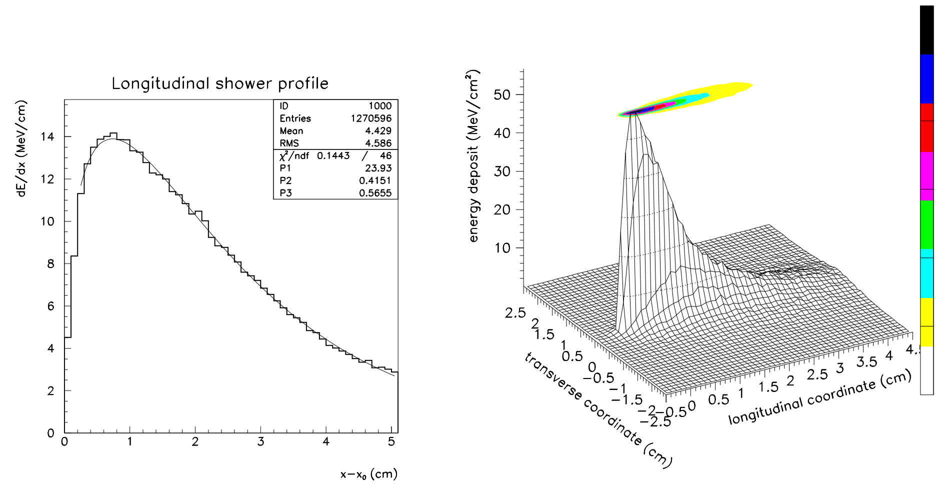
1. determinazione del primo punto d'interazione mediante la media pesata della carica fornita dai PMT sulla parete d'ingresso (Media pesata);

2. determinazione dell'energia basata sulla somma della carica fornita da ogni PMT (Q_{sum});

3. determinazione della sola energia mediante un algoritmo derivato da 'Analisi delle componenti principali', che impiega l'informazione fornita dal singolo PMT (metodo di interpolazione lineare).

4.1.1 Sviluppo dello sciame

Lo sciame indotto da fotoni di 52.8 MeV è simulato includendo tutti i processi fisici rilevanti: produzione di coppie, bremsstrahlung, diffusione Compton, effetto fotoelettrico, perdita di energia per ionizzazione, diffusione multipla e annichilazione elettrone-positrone. I profili medi longitudinale e bidimensionale dello sciame sono riportati in Figura 4.2 [51]. La comprensione dello sviluppo dello sciame è il punto di partenza per qualsiasi programma di ricostruzione basato sulla carica fornita da ogni PMT. Il deposito di energia si ha dopo qualche centimetro dall'ingresso nel calorimetro (x_0); la profondità longitudinale media (lungo z) è di circa 5 cm; la larghezza trasversa $\approx$ 2 cm. Le caratteristiche medie 'mascherano' in realtà lo sviluppo complesso di ogni singolo sciame, particolarmente variabile alle basse energie. Come si può osservare in Figura 4.3, il rilascio di energia avviene in più punti. Il 'baricentro' del deposito di energia, la posizione in cui viene rilasciata più energia e il primo punto d'interazione non coincidono. In particolare è quest'ultimo punto quello che si vuole determinare per ricavare la direzione di volo del fotone.



(a) (b)

Figura 4.2: Profilo dello sciame longitudinale in (a) e bidimensionale in (b).

4.1.2 Media pesata e Q_{sum}

La migliore ricostruzione in posizione si ottiene utilizzando la carica fornita soltanto dai PMT sulla faccia d'ingresso [51]. I PMT situati sulle altre facce peggiorano la ricostruzione del primo punto di conversione perché fortemente influenzati dal deposito di energia lungo lo sciame. La media pesata è il metodo più semplice e veloce: la posizione di ogni PMT è pesata dalla carica corrispondente. Si ha:

$$\begin{aligned} \overline{x} &= \frac{\sum_i x_i Q_i}{\sum_i Q_i} \\ \overline{y} &= \frac{\sum_i y_i Q_i}{\sum_i Q_i} \\ \overline{z} &= \frac{\sum_i z_i Q_i}{\sum_i Q_i} \end{aligned} \tag{4.1}$$

dove (x_i, y_i, z_i) sono le coordiante dell'i-mo PMT e Q_i la carica corrispondente. Determinati $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ si ricostruiscono gli angoli θ e ϕ, e quindi la direzione di volo del fotone, essendo noto il punto di produzione dei fotoni.
L'energia totale è ottenuta sommando tutte le cariche, tenendo conto della

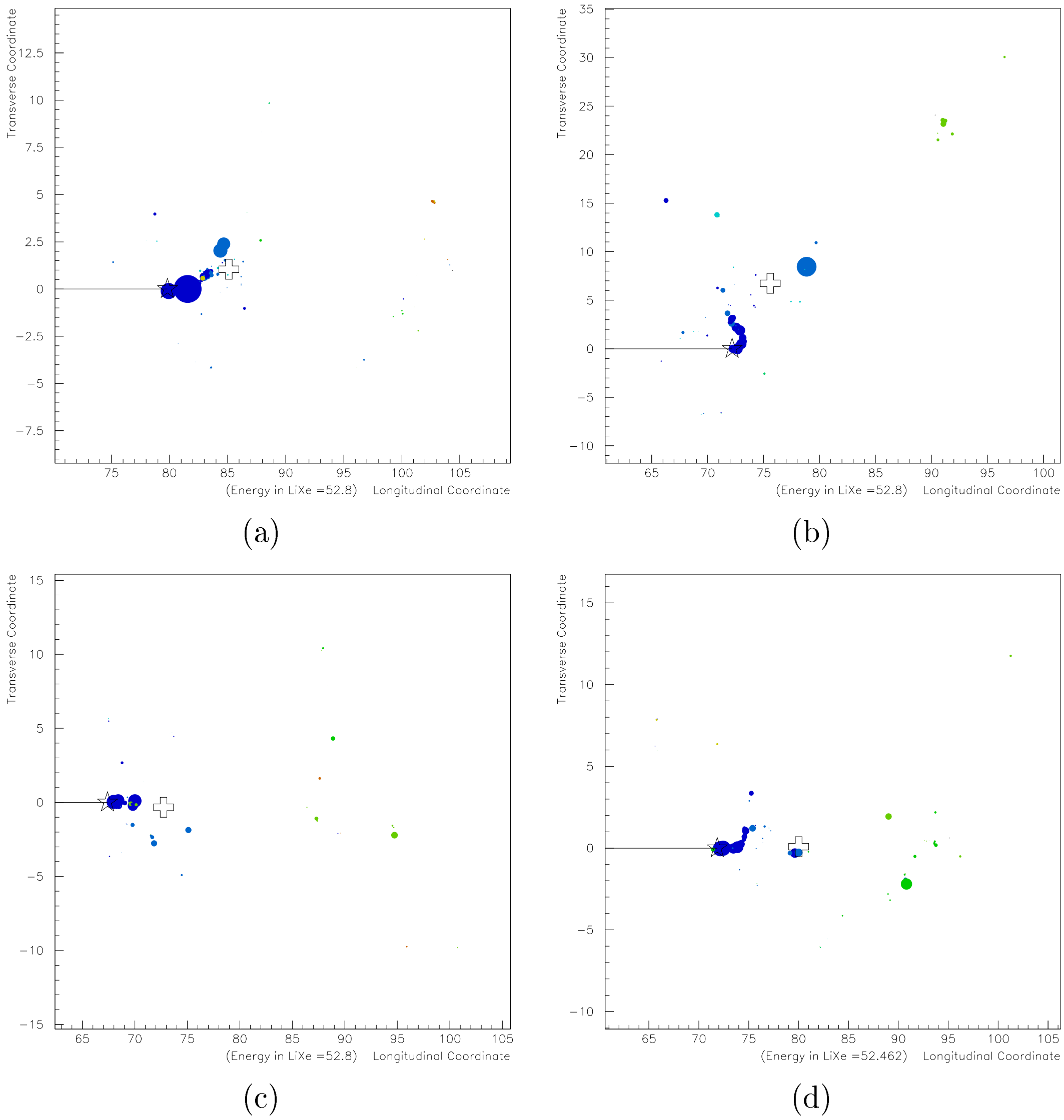


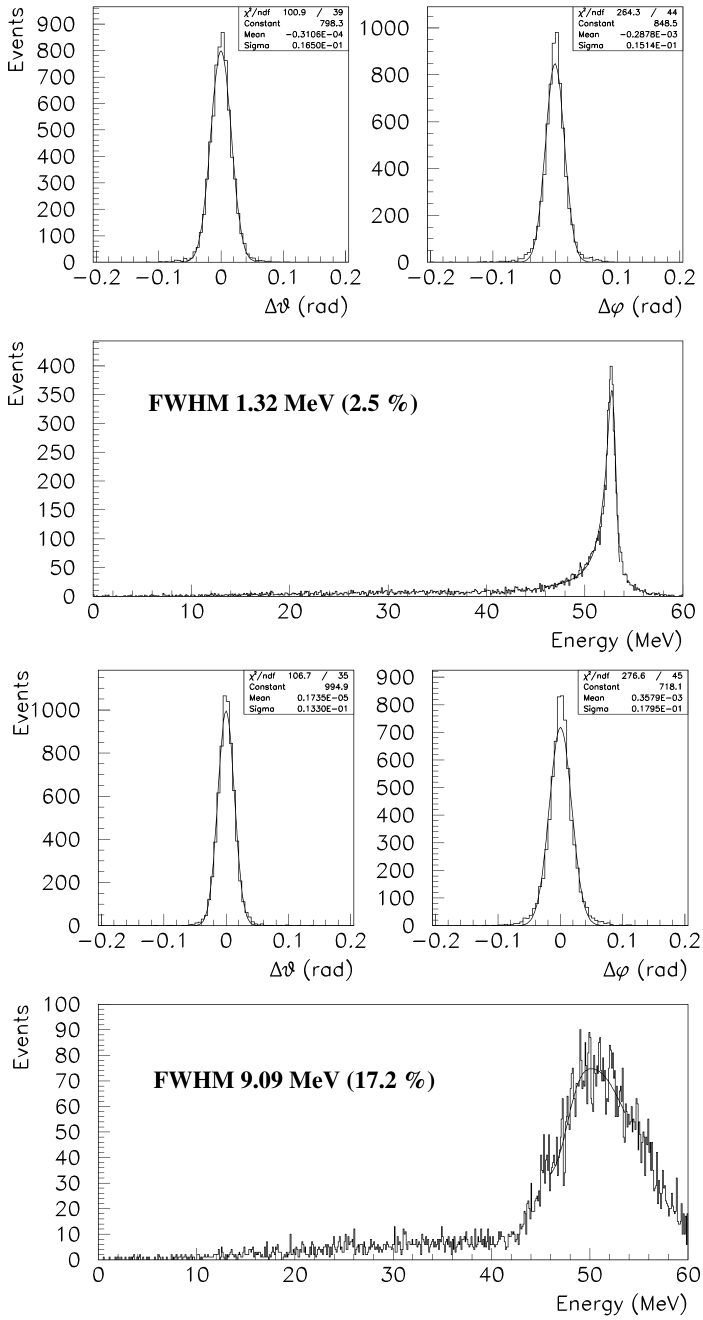
Figura 4.3: Esempi di deposito di energia lungo lo sciame. La stella indica la prima interazione del fotone nel rivelatore; la croce la media pesata delle posizioni in cui è avvenuto il deposito di energia; il raggio delle macchie è proporzionale all'energia rilasciata; il colore l'evoluzione temporale (blu=prima rosso=dopo).

diversa copertura fotocatodica (Q_{sum}). E' questo il metodo più semplice ed efficiente per una calorimetria in assenza di assorbimento.
Nelle Figure 4.4(a) e (b) riportiamo le risoluzioni ottenute rispettivamente per il caso ideale e per quello realistico, sia per la risoluzione in posizione sia per quella in energia. Nel caso realistico i valori di λ_{ass} e λ_{Ray} sono rispettivamente 100 cm e 30 cm.

La risoluzione in posizione, determinata mediante un'interpolazione gaussiana, è poco influenzata dall'introduzione degli effetti fisici. Questo è quanto atteso poichè stiamo utilizzando solo la carica fornita dai PMT sulla faccia d'ingresso ed il primo punto d'interazione è in prossimità di questa. Gli effetti dell'assorbimento e della diffusione sono trascurabili. E' utile osservare che nel caso realistico il miglioramento della risoluzione in θ è dovuto semplicemente a fluttuazioni statistiche.
La risoluzione in energia, determinata mediante un'interpolazione pseudo-gaussiana (vedi capitolo 7), peggiora di circa un fattore sette, a seconda che ci riferiamo al caso ideale e a quello realistico (rispettivamente $\Delta E(FWHM)/E \approx 2.5\%$ e $\Delta E(FWHM)/E \approx 17.2\%$). Questo è una conseguenza dell'effetto combinato di assorbimento e diffusione (vedi Figura 4.5). Fissato un valore finito della lunghezza di assorbimento λ_{ass}, minore è la lunghezza di diffusione λ_{dif} maggiore è la probabilità che il fotone sia assorbito prima di raggiungere il fotocatodo. Confrontiamo separatamente quanto la diffusione e l'assorbimento degradano la risoluzione in energia rispetto al caso in cui sono presenti entrambi. Nel primo caso (solo diffusione) il contributo è trascurabile (non c'è perdita di fotoni). Nel secondo (solo assorbimento) c'è degradazione ma l'effetto è ridotto (il fotone raggiunge direttamente il PMT, senza subire diffusione). La risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E \approx 17.2\%$ non è adeguata alla misura del processo $\mu \to e\gamma$. A parte l'impiego di Xe il più possibile puro (come discusso nel capitolo 3), è necessario lo studio di tecniche di ricostruzione che tengano conto degli effetti fisici presenti nel mezzo.

4.1.3 Interpolazione lineare

Questo metodo è per ora implementato soltanto per la ricostruzione in energia [51]. Come già osservato, la risoluzione in posizione è poco influenzata dagli effetti dell'assorbimento e della diffusione (praticamente trascurabili) e quindi solo l'energia richiede lo sviluppo di una nuova tecnica di ricostruzione. L'energia è definita come la somma delle cariche fornite da ciascun PMT,



(a)

(b)

Figura 4.4: Risoluzione in posizione ed in energia nel caso ideale in (a) e nel caso realistico in (b).

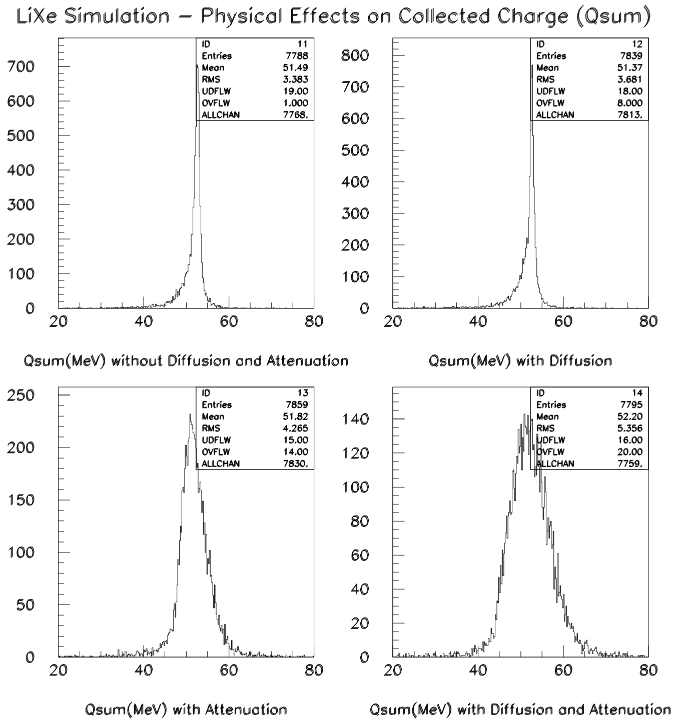


Figura 4.5: Confronto tra la risoluzione ottenuta in diversi casi. In ordine considerando il caso ideale, solo diffusione, solo assorbimento ed entrambi.

opportunamente pesate, a cui è aggiunto un termine costante. L'algoritmo può essere schematizzato come segue. Si genera un numero di eventi N (per es. 10^4) mediante una simulazione con il metodo di Monte Carlo in un certo intervallo di energia (nel nostro caso $0 < E < 60$ MeV). Si sviluppa l'energia associata ad ogni evento generato E_l mediante un'approssimazione lineare in Q_i:

$$E_l = c + \sum_i c_i Q_i. \tag{4.2}$$

Sia E_t l'energia vera depositata. I coefficienti c_i e la costante c sono determinati minimizzando il χ^2 ottenuto mediante la seguente espressione:

$$\chi^2 = \sum_{MC\ eventi}^{N} (E_l - E_t)^2 \tag{4.3}$$

La procedura di minimizzazione può essere eseguita analiticamente. Il risultato è:

$$c_i = \frac{M^{-1}}{N^{-1}} \left[\sum_{MC\ eventi}^{N} E_t Q_i \right] - \frac{1}{N} \sum_{MC\ eventi}^{N} E_t \sum_{MC\ eventi}^{N} Q_i \tag{4.4}$$

e

$$c =< E_t > - \left\langle \sum_j c_j Q_j \right\rangle \tag{4.5}$$

dove le medie sono calcolate sul campione degli eventi e M è la matrice di covarianza:

$$M_{kl} \approx \langle (Q_k - < Q_k >)(Q_l - < Q_l >) \rangle \tag{4.6}$$

Dopo aver ricavato c_i e c, attraverso la procedura descritta, e note le Q_i (sono i valori forniti dai PMT) si ricostruisce l'energia mediante la (4.2).
Nella condizione limite nella quale l'assorbimento può essere trascurato (per $\lambda_{ass} \to \infty$), ci si attende che i due metodi (ricostruzione in Q_{sum} e interpolazione lineare) diano la stessa risoluzione in energia. Nel caso di un assorbimento corrispondente a λ_{ass}=1 cm il secondo metodo dà la migliore risoluzione, come riportato in Figura 4.6.

4.2 Il Large Prototype

In Figura 4.7 riportiamo la geometria simulata del Large Prototype (in seguito LP). Il volume sensibile è un parallelepipedo di dimensioni $40 \times 40 \times 50$ cm^3. Su un supporto di plastica, di spessore di 4.5 cm, sono montati 264 PMT: 6×6 sulle due faccie quadrate e 6×8 su quelle rettangolari. La copertura fotocatodica è la stessa su ogni parete. Due contenitori di alluminio (Al), con spessore rispettivamente 6 mm e 3 mm, sono separati da una camera a vuoto (per l'isolamento termico).
Introduciamo un nuovo sistema di coordinate. Indichiamo con (x, y) le coordinate sulla faccia d'ingresso del prototipo e z quella lungo la direzione iniziale del fotone. Sono stati simulati fotoni da 52.8 MeV inviati verso i PMT situati al centro della faccia d'ingresso (su una finestra 2×2 PMT o, equivalentemente, sugli intervalli $-6.2 < x < 6.2$ cm e $-6.2 < y < 6.2$ cm) in direzione ortogonale a questa.

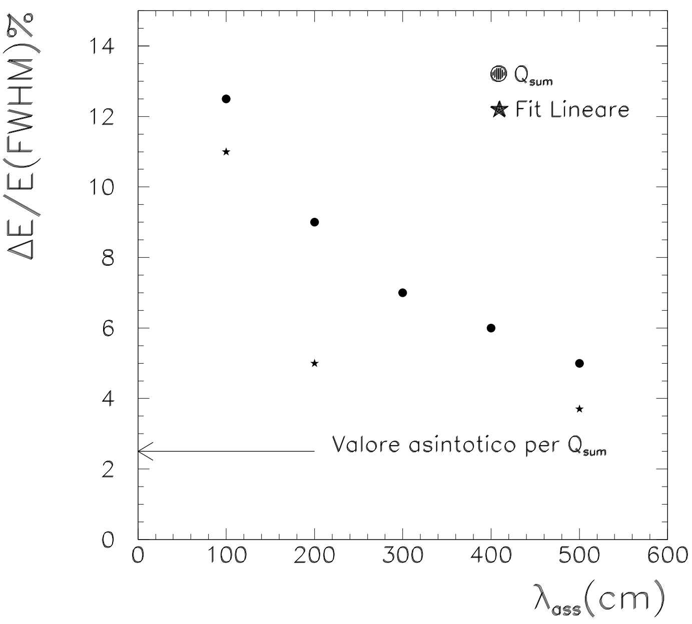
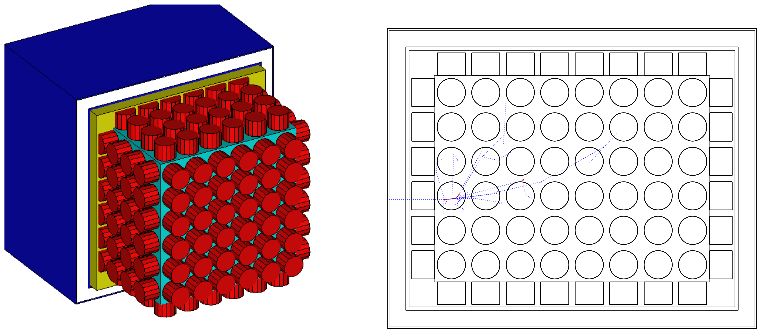


Figura 4.6: Risoluzioni in energia ottenute con i due metodi, Q_{sum} ed interpolazione lineare per la ricostruzione di fotoni da $\approx$ 50 MeV, in funzione della λ_{ass} usata nella simulazione Monte Carlo.

4.2.1 Media pesata e Q_{sum}

La tecnica studiata è quella già descritta nella sezione 4.1.2. La ricostruzione in posizione è ottenuta eseguendo semplicemente la media pesata delle posizioni dei PMT della parete d'ingresso, in cui i pesi sono le cariche corrispondenti Q_i. Le dimensioni ridotte del LP possono introdurre alcuni errori sistematici. Se il fotone incide sulla zona centrale della parete d'ingresso, la distribuzione della carica sui PMT risente, in maniera pressochè uniforme, degli effetti dovuti ai limiti fisici del rivelatore in prossimità del perimetro della parete (il numero dei PMT è circa uguale attorno alla zona centrale d'incidenza). Se il fotone incide in prossimità di uno dei PMT laterali questa condizione non è più soddisfatta. Un esempio è riportato in Figura 4.8, dove la posizione x, calcolata mediante la (4.1), è disegnata in funzione del punto d'ingresso vero x_0. La pendenza della retta, diversa dall'unità, è il coefficien-



(a) (b)

Figura 4.7: In (a) la geometria simulata del Large Prototype. In (b) un tipico sviluppo dello sciame.

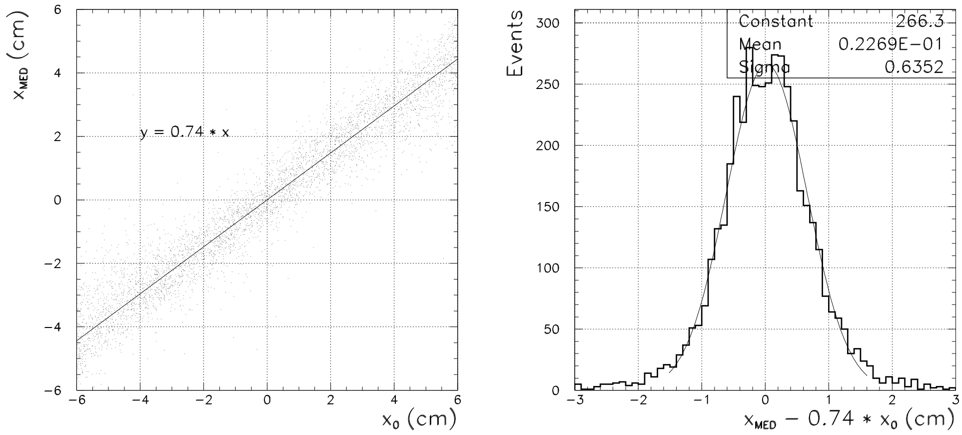
te da introdurre per ottenere una corretta ricostruzione della posizione. La risoluzione ottenuta è $\sigma_x = 6.3$ mm.
L'energia è calcolata sommando la carica fornita da ogni PMT. La risoluzione attesa per il caso ideale e per quello realistico sono ripettivamente $\Delta E(FWHM)/E \approx 4.5\%$ e $\Delta E(FWHM)/E \approx 8.8\%$. Come già discusso in relazione al rivelatore finale, per il caso realistico sono state usate $\lambda_{ass} = 100$ cm e $\lambda_{Ray} = 30$ cm.

4.2.2 Interpolazione dell'ampiezza dei PMT

Un approccio che migliora la ricostruzione in posizione è quello di utilizzare la carica Q_i raccolta da ogni PMT sulla faccia d'ingresso, tenendo conto dell'angolo solido sotteso da ciascuno di questi:

$$Q_i \propto \frac{z_0}{(z_0^2 + (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2)^{3/2}} \pi R^2 \tag{4.7}$$

dove R è il raggio del PMT, (x_i, y_i) le coordinate dell'i-mo PMT e (x_0, y_0, z_0) le coordinate del primo punto d'interazione, come calcolato mediante il programma MINUIT (vedi Figura 4.9). La (4.7) è valida per $z_0 > R$ altrimenti è usata un'espressione più complicata ottenuta per interpolazione. Questa soluzione è quella implementata nei programmi di ricostruzione. Dato Q_i, (x_0, y_0, z_0) sono determinati mediante il programma MINUIT [52]. Con que-



(a) (b)

Figura 4.8: In (a) correlazione tra la media pesata ($x_{\rm med}$) ed il punto d'ingresso del fotone nel rivelatore x . In (b) distribuzione del punto d'ingresso ricostruito usando la media pesata.

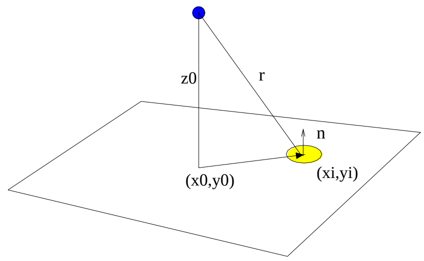
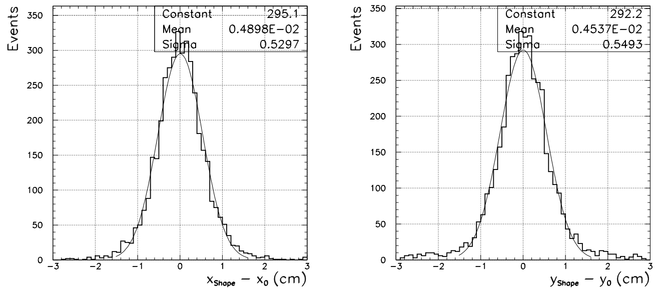


Figura 4.9: Posizione dell'i-mo PMT e della sorgente ricostruita mediante l'interpolazione dell'ampiezza.

sto metodo la risoluzione in posizione ottenuta è $\sigma_x \leq 5.3$ mm e $\sigma_y \leq 5.5$ (vedi Figura 4.10).

4.2.3 Interpolazione lineare

Il metodo di interpolazione lineare tiene conto degli effetti fisici nel mezzo e quindi, in presenza di assorbimento e diffusione, permette di raggiungere una migliore risoluzione in energia rispetto a quella ottenuta con il metodo



(a) (b)

Figura 4.10: Ricostruzione del punto d'ingresso del fotone nel Large Prototype usando il metodo del fit dell'ampiezza. In (a) è mostrata la coordinata x, in (b) la coordinata y.

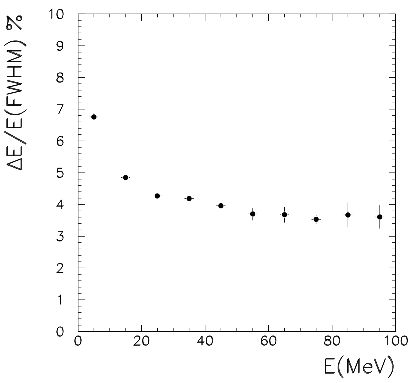


Figura 4.11: Risoluzione in energia del Large Prototype come attesa dalla simulazione, ottenuta mediante il metodo di interpolazione lineare.

della Q_{sum}. Scelte $\lambda_{ass} = 100$ cm e $\lambda_{Ray} = 30$ cm, con questo metodo si ottiene una risoluzione in energia (FWHM) a 54.9 MeV pari a $\Delta E/E = 3.7 \pm 0.3\%$, da confrontare con quella ottenuta usando la Q_{sum}, nelle stesse condizioni di assorbimento e diffusione, pari a $\Delta E/E = 8.5 \pm 0.3\%$. In Figura 4.11 riportiamo la risoluzione in energia attesa per il Large Prototype in funzione dell'energia, calcolata mediante una simulazione con il metodo di Monte Carlo.

Capitolo 5

Reazione di scambio carica di π^- su H_2 per la calibrazione del calorimetro a LXe

La reazione di scambio carica di pioni negativi su protoni costituisce un utile processo per la calibrazione del calorimentro a LXe. Nel caso di cattura a riposo i fotoni sono emessi in un intervallo di energia compreso tra 55 e 83 MeV. E' possibile selezionare un valore dell'energia dei fotoni prossimo a quello atteso dal processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ (52.8 MeV). Discuteremo la reazione di scambio carica ed il bersaglio ad idrogeno liquido LHT per la calibrazione del prototipo (Large Prototype) del calorimetro a LXe.

5.1 Proprietà del fascio

Fasci di pioni di elevata intensità sono prodotti facendo incidere protoni con un'energia massima di 590 MeV su un bersaglio di produzione di mesoni (carbonio). Le principali caratteristiche della macchina acceleratrice dei protoni (il ciclotrone RING) sono riportate in Tabella 5.1. Il fascio πE1 fornisce fasci secondari di pioni e muoni con impulsi che variano da 10 a 500 MeV/c [53] e sarà quello utilizzato per la nostra misura. Sono disponibili due diverse configurazioni ottiche distinte nel modo A e B. Le loro principali caratteristiche sono riportate in Tabella 5.1 ed uno schema è presentato in Figura 5.1. La lunghezza m indica la distanza tra il bersaglio di produzione dei mesoni (che indicheremo con E) e l'area sperimentale. Lungo la linea del fascio tre sistemi

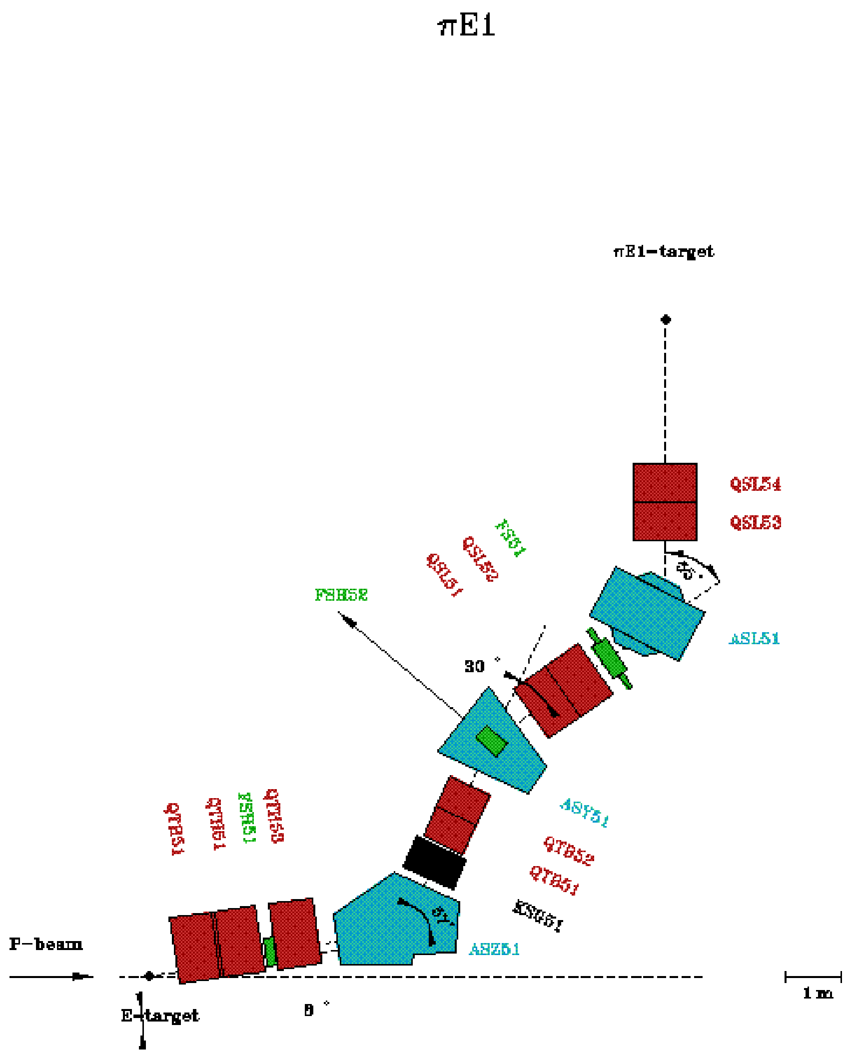


Figura 5.1: Linea del fascio $\pi E1$ dal bersaglio di produzione dei pioni negativi E all'ultimo magnete di quadrupolo QSL54, che precede l'area sperimentale.

Grandezza	Valore & Unità
Energia di iniezione	72 MeV
Energia di estrazione	590 MeV
Impulso di estrazione	1.2 GeV/c
Risoluzione in energia (FWHM)	ca. 0.2%
Emittanza del fascio	ca. 2π mm$\times$ mrad
Corrente del fascio	1.6 mA DC
Frequenza di accelerazione	50.63 MHz
Intervallo tra gli impulsi	19.75 ns
Durata dei pacchetti	ca. 0.3 ns
Perdita per estrazione	ca. 0.03 %

Tabella 5.1: Proprietà del ciclotrone RING.

Grandezza& Unità	Valore	Valore
Modo	A	B
Lunghezza m	16	16
Impulso Max MeV/c	280	500
Angolo solido msr	32	13
Accettanza in impulso (FWHM)	7.8 %	8.0 %
Risoluzione in impulso (FWHM)	0.8 %	0.26 %

Tabella 5.2: Caratteristiche della linea del fascio $\pi E1$.

di collimatori permettono di controllare l'intensità, l'accettanza in impulso, e la risoluzione in impulso del fascio.

Ci proponiamo di determinare l'impulso 'ottimale' del fascio tenendo conto delle dimensioni del bersaglio, delle contaminazioni presenti e dell'ottica magnetica. In Figura 5.2 riportiamo come varia il numero di pioni ed elettroni in funzione dell'impulso p. Utilizzeremo il fascio nel modo A. In questo caso il numero di elettroni è sempre maggiore, o al più dello stesso ordine di grandezza, del numero dei pioni. Sia $p = 110$ MeV/c. Ancora dalla Figura 5.2, per un'intensità di corrente $I = 1.6$ mA, circolante nel ciclotrone, segue che il rapporto tra il numero di elettroni $\dot{N}_e$ e il numero di pioni $\dot{N}_\pi$ nell'unità di tempo è $\dot{N}_e/\dot{N}_\pi = 15$. Per assicurarci un fascio di soli pioni in prossimità del bersaglio sono state adottate le seguenti soluzioni:

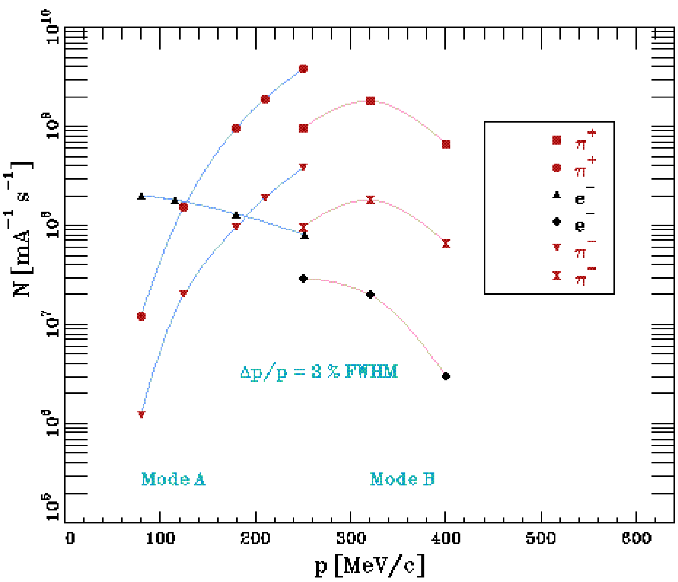


Figura 5.2: Numero di pioni ed elettroni presenti nel fascio in funzione dell'impulso, lungo la linea $\pi E1$.

1. inserimento di un degradatore lungo la linea del fascio e successiva separazione magnetica, sfruttando la diversa perdita di energia dei π^- e degli e^- nel materiale;

2. separazione temporale usando il segnale di radio-frequenza;

3. inserimento di un contatore prima del bersaglio per la produzione dei π^0 (ad es. localizzato tra due strati di moderatore).

La prima condizione è l'unica ad eliminare realmente gli elettroni alla posizione del bersaglio.
Inseriamo un degradatore lungo la linea del fascio. Per fissare gli ordini di grandezza assumiamo che il suo spessore sia dell'ordine di qualche millimetro (per es. 4 mm) e l'impulso del fascio sia pari a 110 MeV/c. I pioni e gli elettroni che incidono sul degradatore perdono energia rispettivamente per ionizzazione e bremsstrahlung. La variazione media dell'impulso subita dalle particelle è rispettivamente Δp = 3 MeV/c e Δp = 2 MeV/c. Un dipolo

Grandezza	Valore & unità
Impulso dei pioni p_-	$117\ MeV/c$
Corrente circolante del ciclotrone	$1.6\ mA$
Conteggi dei pioni in ($48\times9\ mm^2$)	$8\times10^5\ Hz$
Contaminazione $\dot{N}_e/\dot{N}_\pi$ senza degradatore	20
Contaminazione $\dot{N}_e/\dot{N}_\pi$ con 4 mm di degradatore C	0.83

Tabella 5.3: Parametri del fascio relativi all'area sperimentale $\pi E1$ da misure precedenti [54].

magnetico, posto subito dopo il degradatore, con direzione del campo magnetico **B** perpendicolare al fascio, curva le traiettorie delle particelle. Siano B ed s rispettivamente l'intensità del campo magnetico e l'estensione della zona spaziale in cui agisce il campo, lungo la direzione d'incidenza del fascio. La deflessione angolare subita segue la relazione:

$$sen\theta = \frac{s}{\rho} \tag{5.1}$$

dove ρ è il raggio di curvatura che, riscritto in unità più convenienti, vale $\rho(cm) = p(Mev/c)/(3\times10^{-4}B(gauss))$. La presenza degli elettroni è ridotta applicando un campo d'intensità $B \approx 2\times10^3$ gauss, con $s \approx 100$ cm, come si può verificare dalla differenza tra gli angoli di deflessione di π^-/e^-:

$$\Delta\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2 = 3\times10^{-4} sB(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}) = \theta_1\frac{\Delta p_{21}}{p_2} \approx 0.01\ rad \tag{5.2}$$

Gli indici 1 e 2 si riferiscono rispettivamente ai pioni e agli elettroni. In Tabella 5.1 riportiamo i parametri del fascio durante una misura di reazione di scambio carica, eseguita nella stessa area sperimentale, in condizioni non molto diverse dalle nostre. E' evidente l'efficacia di questa soluzione.

Identificare le particelle mediante la misura del tempo di volo è una delle tecniche più efficienti per impulsi al di sotto dei 200 MeV/c. Inserendo due contatori C_1 e C_2, rispettivamente dopo il bersaglio di produzione dei π^- E e prima del bersaglio di produzione dei π^0, è possibile eseguire la misura del tempo di volo relativo (TOF) tra π^-/e^- all'interno dell'intervallo temporale di 19.75 ns (periodicità dei pacchetti di particelle).
Fissata la distanza D tra i due contatori C_1 e C_2 è possibile selezionare

opportunamente un valore dell'impulso p^* in corrispondenza del quale la separazione temporale tra le particelle è ottimale. In prossimità del bersaglio E insieme agli elettroni e ai pioni sono prodotti anche muoni dal decadimento in volo di π^- (in proporzione circa il 6%). Il valore p^* si ottiene imponendo che e^- e μ^- raggiungano simultaneamente il contatore C_2. Questa condizione è soddisfatta quando i tempi di volo delle due particelle da C_1 a C_2, indicati come $Tof_x = D/(\beta_x c)$, soddisfano la relazione:

$$Tof_\mu = Tof_e + nI \tag{5.3}$$

che riscritta in termini dell'energia diventa:

$$Tof_e \frac{E_\mu}{E_e} = Tof_e + nI \tag{5.4}$$

Risolvendo rispetto a p (le particelle hanno stesso impulso) si ottiene [54]:

$$p^* = \sqrt{\frac{m_\mu^2 - m_e^2}{\frac{(Tof_e+nI)^2}{Tof_e^2} - 1}} \approx \frac{m_\mu}{\sqrt{\frac{(Tof_e+nI)^2}{Tof_e^2} - 1}} \tag{5.5}$$

dove m_μ è la massa del muone, I il periodo della radio-frequenza ed n il numero dei periodi. L'unica soluzione ragionevole nel nostro caso è $n = 1$ che dà un valore di p^* pari a circa 110 MeV/c. La separazione temporale attesa tra i fotoni da bremsstrahlung associati agli elettroni e i fotoni dal decadimento dei π^0 è di circa 8 ns come mostrato in Figura 5.3. Inserendo il degradatore in realtà il valore dell'impulso diventa 107 MeV/c determinando a sua volta una piccola variazione della separazione temporale ($\approx$ 8.8 ns).
Infine può essere eseguita una discriminazione π^-/e^- mediante l'analisi di ampiezza degli impulsi, posizionando il contatore C_2 tra due strati di moderatore prima del bersaglio.

5.2 Rallentamento dei pioni

Scelto l'impulso del fascio studiamo le caratteristiche del bersaglio e del moderatore. Il range R, lo straggling ΔR, l'angolo medio di diffusione multipla $\theta^{M.S.}$, indotto dalla presenza di un eventuale moderatore, e la divergenza naturale del fascio θ_F determinano le dimensioni del bersaglio, lo spessore ed il tipo del moderatore, la geometria dell'apparato. Il tipo di bersaglio è fissato

Grandezza & Unità	LHT	CH_2
Range R (cm)	35.88	1.49
Straggling ΔR (cm)	1.26	0.05

Tabella 5.4: Range e Straggling per LHT e CH_2 per pioni incidenti con impulso $p = 107$ MeV/c.

invece dalla probabilità di cattura dei pioni negativi su idrogeno e composti idrogenati.
Le definizioni per ΔR e $\theta^{M.S.}$ sono quelle comunemente adottate, rispettivamente:

$$\begin{aligned} \Delta R &\equiv < R^2 - < R^2 >>^{1/2} \\ \theta^{M.S.} &\equiv < \theta^2_{pro} >^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} < \theta^2 >^{1/2} \end{aligned}$$

5.2.1 Dimensioni del bersaglio

In Tabella 5.4 riportiamo il range R e lo straggling ΔR per due possibili scelte di bersaglio: idrogeno liquido, che indicheremo in seguito con LHT, e polietilene CH_2. Richiediamo che i pioni siano arrestati al centro del bersaglio e imponiamo che la distribuzione di frenamento sia completamente contenuta al suo interno. La lunghezza minima del bersaglio è allora fissata dalla condizione $L = 2 \times 3\sigma = 6\Delta R$, dove il fattore 3σ corrisponde ad un contenimento del 99.73 % ed il fattore due tiene conto della richiesta che i pioni si arrestino al centro del bersaglio.

5.2.2 Moderatore

Assumiamo $L = 9$ cm per LHT (le considerazioni seguenti non distinguono tra LHT e CH_2) e studiamo il moderatore. Tipici materiali impiegati a questo scopo sono l'alluminio Al e la grafite C ed in Tabella 5.5 riportiamo i parametri corrispondenti alle nostre condizioni sperimentali. Sia z la direzione di incidenza del fascio. Lo spessore del bersaglio z e il ΔR associato sono calcolati affinchè i pioni si arrestino al centro del bersaglio. Fissate le dimensioni del bersaglio lo spessore del moderatore è scelto affinchè l'impulso dei

Grandezza & Unità	Grafite	Alluminio
Spessore z (cm)	2.6	1.88
Straggling ΔR (cm)	1.1	1.2
Angolo medio di diffusione multipla θ_{max}(gradi)	≈ 12	≈ 15
Angolo medio di diffusione multipla θ_{min}(gradi)	≈ 4	≈ 5
Lunghezza di radiazione X_0(cm)	18.8	8.9
Trasmissione T	0.92	0.92
Densità ρ(g/cm^3)	1.75	2.7

Tabella 5.5: Alcune grandezze per i possibili materiali da impiegare come moderatore, per ridurre l'impulso dei π^- da $p \approx 107$ MeV/c a $p \approx 60$ MeV/c.

π^- sia moderato da $p \approx 107$ MeV/c a $p \approx 60$ MeV/c. Gli angoli medi di diffusione multipla, minimo e massimo, sono dati rispettivamente per l'impulso dei pioni all'ingresso e all'uscita del moderatore, mediante la seguente:

$$\theta = \frac{13.6\sqrt{2}MeV}{\beta cp} Z\sqrt{x/X_0}[1 + 0.038ln(x/X_0)] \tag{5.6}$$

dove p, βc e Z sono rispettivamente l'impulso, la velocità e la carica della particella incidente e x/X_0 è lo spessore del mezzo attraversato, in unità di lunghezze di radiazione. Il coefficiente di trasmissione $T = I/I_0 = e^{-z\sigma n}$ è calcolato per $T_- = 50$ MeV, un'energia che è poco superiore a quella dei pioni $T_- \approx 36$ MeV. Poichè non sono incluse le perdite di energia nel mezzo, T è un limite inferiore. In Tabella 5.5 sono riportati anche i valori delle densità da confrontare con quella dell'idrogeno liquido $\rho_{\mathrm{LH_2}} = 0.0708\ g/cm^3$.
Dal confronto segue che i due tipi di moderatore sono molto simili. A parte la buona trasmissione ed il contributo al fondo trascurabile, entrambi sono caratterizzati da alti valori degli angoli medi di diffusione multipla. Questo suggerisce, in entrambi i casi, la realizzazione di una geometria compatta.

5.3 Ottimizzazione del bersaglio

Mediante una simulazione con il metodo di Monte Carlo [55] valutiamo più in dettaglio i contributi di $\theta^{M.S.}$ e θ_F al numero di conteggi di π^- arrestati nel bersaglio (usiamo idrogeno liquido). In Figura 5.3 diamo uno schema della geometria adotta (vista laterale). Procedendo lungo il fascio si ha il primo

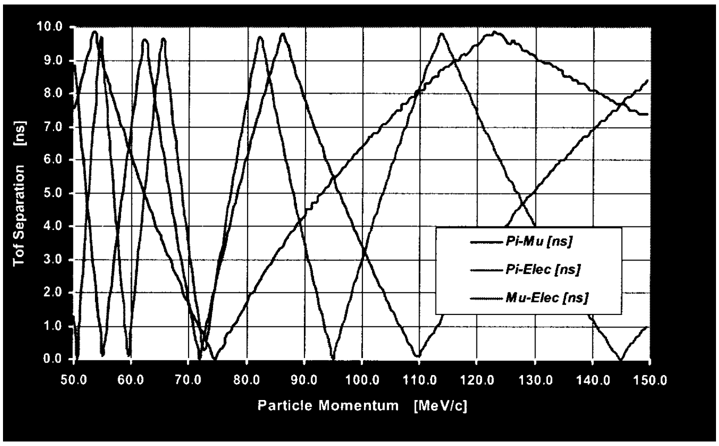


Figura 5.3: Separazione temporale tra le diverse particelle presenti nel fascio $\pi E1$, nell'intervallo temporale di 20 ns, per una distanza tra i contatori $C_1 - C_2$ pari a $D = 15.3$ m. Per $p = 110$ MeV/c gli elettroni e i muoni arrivano simultaneamente e separati da 8 ns dai pioni. Nel magnete ASY51 non è inserito il degradatore.

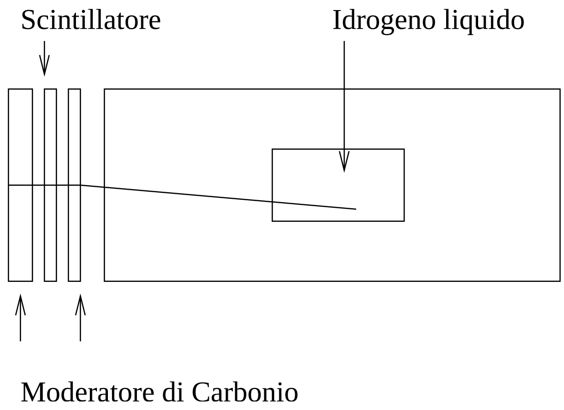


Figura 5.4: Proiezioni (x, z) della geometria adottata per il rallentamento e l'arresto dei pioni negativi in idrogeno liquido. Le dimensioni del bersaglio sono rispettivamente $d = 4$ cm ed $L = 9$ cm.

Grandezza	Valore & Unità
Numero di eventi generati	100000
Diametro bersaglio	2 cm
Lunghezza bersaglio	9 cm
Pareti bersaglio (Al)	0.05 cm
Finestra bersaglio (Mylar)	0.019 cm
Isolamento termico	10 cm
Spessore grafite	2.9 cm
Spessore contatore	0.5 cm
Δx fascio (FWHM)	2.0 cm
Δy fascio (FWHM)	0.6 cm
Divergenza fascio θ_F	0 sr

Tabella 5.6: Parametri usati nella simulazione Monte Carlo.

strato di moderatore (2 cm), lo scintillatore (0.5 cm), il secondo strato di moderatore (0.9 cm), la finestra di Mylar (0.019 cm) di accesso tra le pareti dell'isolamento a vuoto (in acciaio inossidabile), le pareti del bersaglio (Al, 0.05 cm) e finalmente H_2 liquido (9 cm). In Figura 5.3 è riportato un evento con diffusione multipla sul secondo strato del moderatore. Alcuni parametri usati nella simulazione sono riportati in Tabella 5.3.

5.3.1 Discussione e risultati

Lo straggling valutato in prima approssimazione come riportato in Tabella 5.5 è in buon accordo con quello simulato e per $L = 9$ cm lo sviluppo longitudinale del fascio è completamente contenuto all'interno del bersaglio di LHT (vedi Figura 5.5 a sinistra).
Al contrario il contenimento radiale dipende da $\theta^{M.S.}$ e θ_F e la configurazione geometrica prescelta per il moderatore ed il bersaglio insieme all'ottica del fascio diventano importanti. Data l'ottica del fascio, che fissa r e θ_F, dato un certo spessore del moderatore, che fissa $< \theta^{M.S.} >$, il contenimento radiale del fascio dipende da soli due parametri: la distanza moderatore-bersaglio e il raggio del bersaglio. La prima è in realtà condizionata dalle dimensioni della camera a vuoto dell'isolamento termico dell'idrogeno liquido. In Figura 5.5 ed in Figura 5.6 riportiamo i risultati ottenuti con un bersaglio cilindrico

di H_2 liquido di diametro d = 4 cm e lunghezza L = 9 cm (che è quello impiegato durante il test del prototipo del calorimetro, perché disponibile). Il fascio è focalizzato sul primo strato del moderatore e la proiezione (x, y) non è un cerchio ma un ellisse (vedi Tabella 5.3). La soluzione geometrica adottata è quella che riduce il più possibile la distanza moderatore-bersaglio, con il moderatore all'esterno delle pareti del sistema a vuoto. Per questa configurazione la frazione di pioni arrestati nel bersaglio è circa il 40%. In vista di applicazioni future presentiamo i risultati ottenuti modificando solo le dimensioni del bersaglio per diversi valori del diametro $d = 6,\ 8$ e 10 cm. La frazione di pioni negativi arrestati nel bersaglio cresce dal 60% all'85% (Figura 5.7). Questi valori sono dei limiti superiori perché la simulazione tiene conto solo della diffusione multipla. La divergenza del fascio dà un contributo confrontabile a questa solo per valori di angolo solido superiori a $\Delta\Omega = 0.02\ sr$. Fissate le dimensioni del bersaglio, un'utile soluzione per ridurre gli effetti della diffusione multipla indotta dal moderatore è quella di inserire quest'ultimo all'interno della camera a vuoto. I risultati ottenuti sono presentati in Figura 5.8. A parità di condizioni, relativamente al bersaglio con d=4 cm ed L=9 cm, la frazione di pioni negativi che si arrestano nel bersaglio è $\approx$ 83%, maggiore di un fattore due rispetto al caso di moderatore esterno ($\approx$ 40%). Questa soluzione è importante perché, a parità di numero di eventi di scambio carica, permette di operare con un fascio di minore intesità.

5.4 Cattura di pioni su idrogeno e altri nuclei

Non è facile disporre di fotoni quasi monocromatici all'energia corrispondente a quella attesa nel processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ ($\approx$ 53 MeV). Utilizzando elettroni altamente relativistici e fotoni da luce laser è possibile produrre fotoni prossimi all'energia desiderata mediante l'effetto Compton inverso. Questa è stata la soluzione adottata nella prima prova eseguita per lo studio del Large Prototype, a TERAS. Un fascio di luce laser, da 266 nm e di energia $E^* \approx 4.5$ eV, è stato fatto incidere su elettroni da 762 MeV, fornendo fotoni fino a 40 MeV [16]. L'energia massima acquisita da un fotone si ha per collisione frontale; si può dimostrare che essa è:

$$E_\gamma^{Max} = \gamma^2(1 + \frac{\nu}{c})^2 E^* \approx 4\gamma^2 E^* \tag{5.7}$$

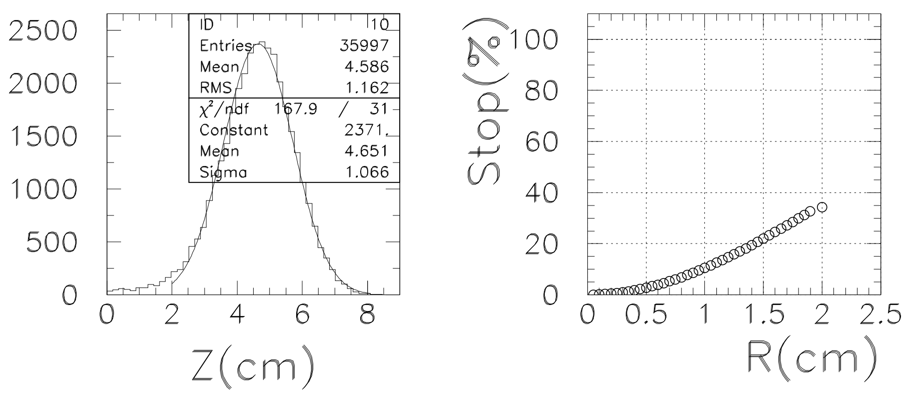


Figura 5.5: Distribuzione longitudinale (a sinistra) e radiale (a destra) per l'arresto dei pioni negativi all'interno del bersaglio ad idrogeno liquido per $d = 4$ cm ed $L = 9$ cm.

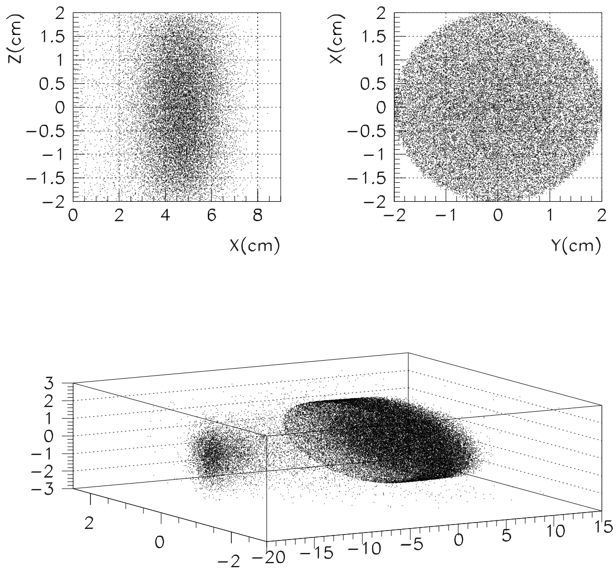


Figura 5.6: Proiezioni (x, z) (in alto a sinistra) e (x, y) (in alto a destra) della distribuzione per l'arresto dei pioni negativi all'interno del bersaglio ad idrogeno liquido, con $d = 4$ cm ed $L = 9$ cm. In basso vista tridimensionale.

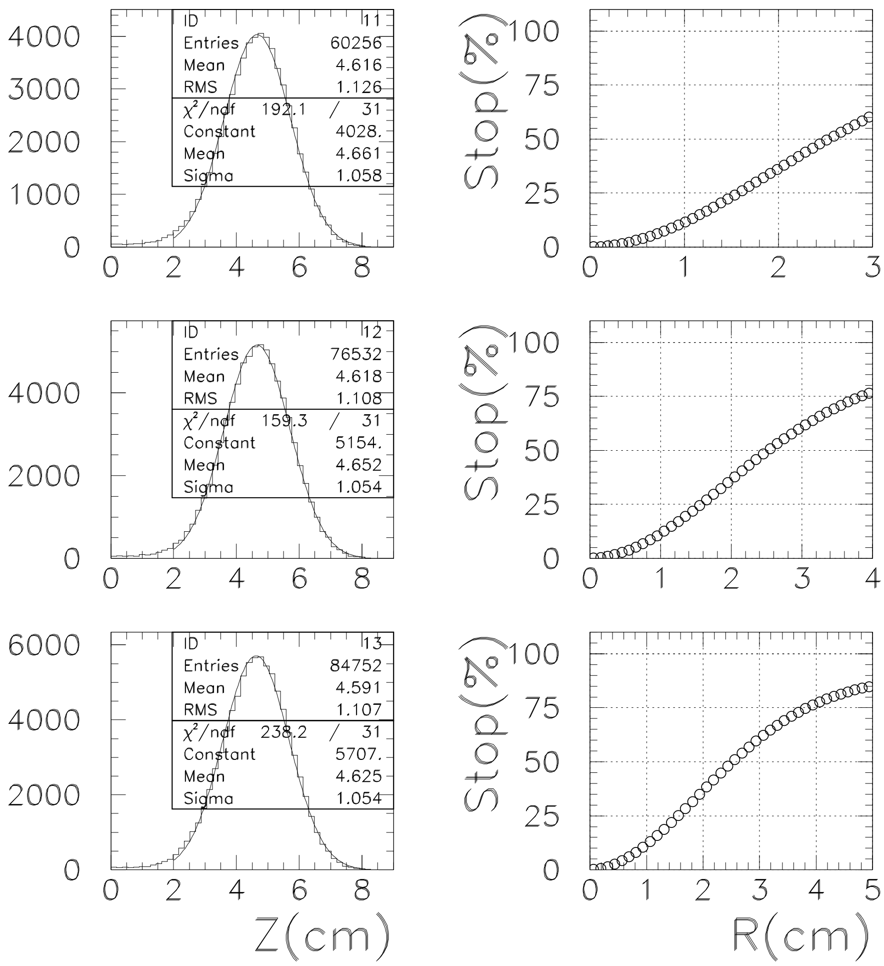


Figura 5.7: Distribuzione longitudinale (a sinistra) e radiale (a destra) per l'arresto dei pioni negativi all'interno del bersaglio ad idrogeno liquido. La lunghezza è fissa e pari a $L = 9$ cm. Il diametro d è dall'alto verso il basso, rispettivamente 6, 8 e 10 cm.

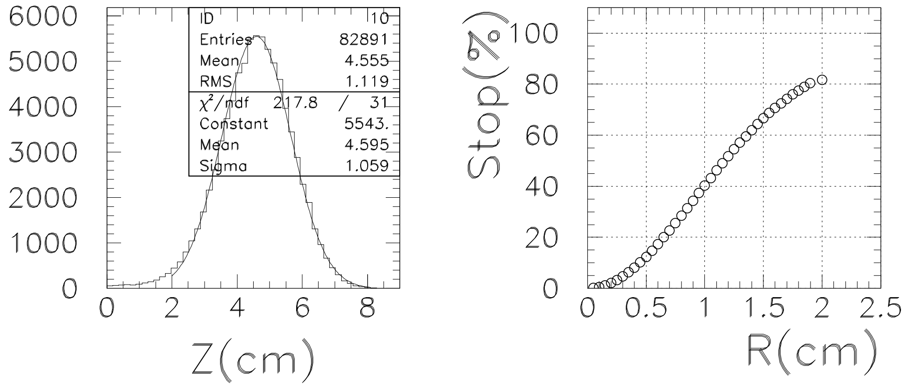


Figura 5.8: Distribuzione longitudinale (a sinistra) e radiale (a destra) di arresto dei pioni negativi all'interno del bersaglio ad idrogeno liquido. Il diametro e la lunghezza sono rispettivamente d=4 cm ed $L = 9$ cm.

dove γ è il fattore di Lorentz dell'elettrone. Con i numeri dati sopra $E_\gamma^{Max} \approx$ 40 MeV. Per completezza in Figura 5.4 riportiamo lo spettro di energia dei fotoni, calcolato includendo tutti i parametri del sistema: il laser, gli elettroni e la geometria dell'apparato. Un altro utile processo per la calibrazione del calorimentro a LXe è la reazione di scambio carica di π^- in quiete su protoni:

$$\begin{aligned} \pi^- + p \rightarrow \quad \pi^0 \quad &+ n \\ \pi^0 \quad &\rightarrow \gamma + \gamma \end{aligned} \tag{5.8}$$

Il processo concorrente è la reazione di cattura radiativa:

$$\pi^- + p \rightarrow n + \gamma \tag{5.9}$$

Dalla misura della frazione di Panofsky P, definita come:

$$P = \frac{\Gamma(\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \ n)}{\Gamma(\pi^- + p \rightarrow n + \gamma)} \tag{5.10}$$

si ricavano i rapporti delle probabilità di cattura per entrambi i processi. Da [56] si ha $P = 1.533 \pm 0.021$ da cui:

$$B_1 \quad = \quad \frac{\Gamma(\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \ n)}{\Gamma_{tot}} = 0.605 \pm 0.013 \tag{5.11}$$

$$B_2 \quad = \quad \frac{\Gamma(\pi^- + p \rightarrow n + \gamma)}{\Gamma_{tot}} = 0.395 \pm 0.008 \tag{5.12}$$

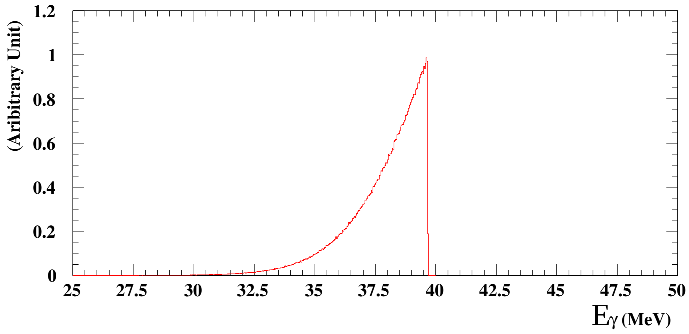


Figura 5.9: Spettro dell'energia del fascio di fotoni calcolato a TERAS.

Ci proponiamo di studiare il comportamento dei pioni nei vari materiali e le sezioni d'urto relative.

5.4.1 Cattura muonica

Lo studio degli atomi mesici ha interessato i fisici dalla seconda metà del secolo scorso. Un muone arrestato in un mezzo può interagire elettromagneticamente, decadere debole ed essere catturato da un nucleo. Il processo può essere schematizzato come segue:

1. perdita di energia per ionizzazione;
2. cattura nei livelli elettronici più elevati (formazione dell'atomo mesico);
3. transizioni a cascata;
4. cattura nucleare.

Il tempo caratteristico complessivo (da 1. a 4.) dipende dal tipo e dallo stato chimico-fisico del mezzo. Al variare di questi parametri è definito un intervallo temporale ($\approx 10^{-13} - 10^{-9}$ s) che è sempre inferiore alla vita media del μ ($\approx 10^{-6}$) creando i presupposti per la formazione del sistema legato muone-nucleone.
Il nostro principale interesse è la determinazione della probabilità relativa di cattura nucleare sui diversi elementi di composti chimici[1]. La prima stima

[1] Indicheremo con il termine cattura la successione dei processi 2. 3. 4. altrimenti useremo eplicitamente cattura atomica (o molecolare, per i composti) e cattura nucleare.

di tale grandezza si basa sul modello atomico di Thomas-Fermi da cui segue che tale probabilità dipende linearmente da Z (legge Z di Fermi-Teller)[57]. Tuttavia per i muoni sono osservate forti deviazioni tra teoria ed esperimento, come riportato in Figura 5.10 (in cui sono date anche altre predizioni teoriche, per le quali rimandiamo a [63] e alle referenze in essa contenute). I dati sono riportati in termini della probabilità di cattura atomica A, assumendo che i contributi di più atomi di uno stesso elemento nel composto siano additivi[2]. Per un composto binario $Z_k Z^{'}_m$ si ottiene (vedi [61] e [62]):

$$A\left(\frac{Z}{Z'}\right) = \frac{N(Z)}{N(Z')}\frac{m}{k} \tag{5.13}$$

dove N rappresenta il numero di muoni catturati sul singolo elemento. La quantità riportata in Figura 5.10 è indicata con $A(Z/O)$ per ricordarci che le misure sono normalizzate rispetto alla probabilità di cattura su ossigeno. La semplice dipendenza da Z è inadeguata a descrivere i risultati. Al contrario appaiono variazioni periodiche in Z piuttosto pronunciate. Qui ci limitiamo a riportare l'espressione teorica più recente che riproduce meglio i dati (curva di von Edigy et al.), come riportato in Figura 5.10 e in Figura 5.11 (quest'ultima include una maggiore quantità di dati, riportati in [61]). A differenza dei calcoli classici, in cui la cattura atomica muonica è descritta in termini dell'interazione media degli elettroni atomici, la descrizione quantistica si basa sull'interazione del muone con il singolo elettrone. Questi calcoli assumono che la cattura avvenga per radiazione o emissione di elettroni Auger. La probabilità di cattura atomica P sul singolo elemento si ottiene sommando il contributo di tutti gli elettroni:

$$P(Z) = \sum_i N_i \sigma_i(E_i, n_i, l_i, Z, p_\mu) \tag{5.14}$$

dove N_i è il numero di elettroni nell'orbita con energia E_i e σ_i la sezione d'urto d'interazione, espressa in funzione di E_i, dei numeri quantici n_i e l_i e dell'impulso medio del muone catturato p_μ . Applicando la teoria perturbativa al primo ordine, la sezione d'urto σ_i, ottenuta sotto opportune ipotesi semplificative, è [62]:

$$\sigma(E) = \begin{cases} C(1 - E/E_0)^{1/2} Z^a n^b (n-l)^c (n+l)^d & E \leq E_0 \\ 0 & E > E_0 \end{cases} \tag{5.15}$$

[2]E' questa una prima differenza importante tra muoni e pioni. La probabilità di cattura pionica manifesta una dipendenza dalla valenza degli elementi.

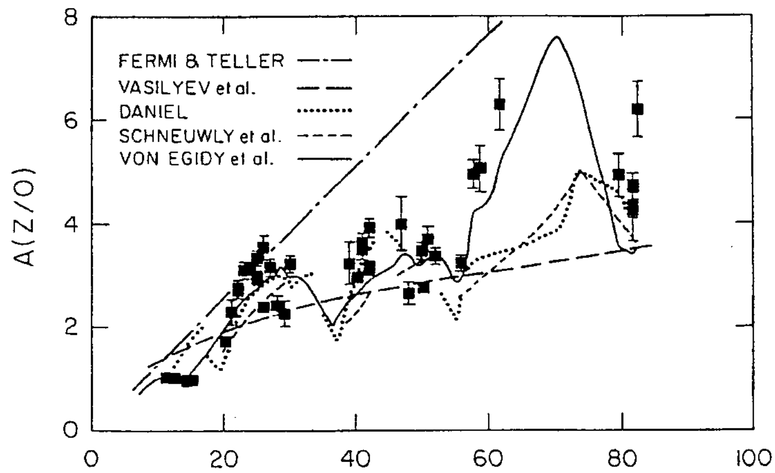


Figura 5.10: Confronto tra i rapporti di probabilità di cattura atomica sperimentali e teorici in ossidi [63].

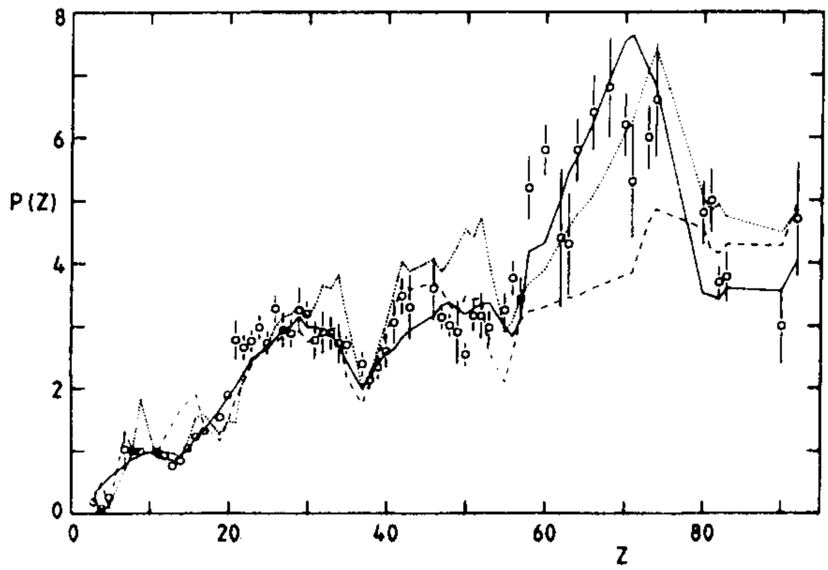


Figura 5.11: Probabilità di cattura misurate e calcolate. La linea continua corrisponde alla predizione data in [62].

La (5.14) è stata ricavata eseguendo misure su composti binari (ossidi, fluoruri e cloruri) ma è stato ottenuto un buon accordo con i risultati sperimentali anche se applicata a composti ternari. In questo senso la (5.14) fornisce delle predizioni, ma è attesa essere valida solo per composti non contenenti idrogeno.
I composti idrogenati costituiscono un caso particolare. Un muone, catturato da un protone non legato, forma un sistema neutro μp che è libero di muoversi tra gli atomi vicini. Si creano così le condizioni opportune affinchè il muone sia trasferito al nucleo con Z più elevato. Di conseguenza il polietilene CH_2 è in realtà un bersaglio di carbonio e l'acqua H_2O di ossigeno. Il processo di cattura atomica per μ^- e π^- è simile solo per sostanze non contenenti idrogeno, come si può vedere parzialmente dalla Tabella 5.7. Il

ZZ'	$A(ZZ')$ per μ^-	$A(ZZ')$ per π^-	vEH	legge Z
B_2O_3	0.22(5)	0.23(5)	0.25(7)	0.63
CO_2	0.43(2)	0.38(6)		0.75
LiF	0.28(3)	0.10(1)	0.18(5)	0.33
	0.10(8)	0.22(2)		
NaF	1.56(12)	0.89(5)	1.01(5)	1.22
	0.96(5)	1.02(15)		
KF	1.89(18)	2.0(1)	1.55(7)	2.11

Tabella 5.7: Confronto del rapporto delle probabilità di cattura atomica per muoni e pioni negativi. Sono riportati anche i valori delle probabilità di cattura calcolate mediante la formula di von Egidy e Hartmann (vEH) [62] e la semplice legge Z. Per le referenze rimandiamo a [63].

confronto è limitato dal basso numero dei composti sui quali è stata fatta la misura sia per muoni che per pioni. Al contrario i composti idrogenati distinguono bene tra pioni e muoni. A causa dell'interazione forte i π^- subiscono cattura nucleare sull'atomo d'idrogeno legato (con valori dell'ordine dell'1% o del 2%). Invece la cattura nucleare dei muoni è di tipo debole e il sistema neutro μp ha il tempo necessario per cedere il μ^- al nucleo con elevato Z. La cattura nucleare su idrogeno è fortemente depressa. E' questa una delle principali differenze tra cattura nucleare muonica e pionica. In generale non è detto che il muone subisca cattura nucleare, indipendentemente dal tipo di nucleo. Esso può decadere o essere assorbito. Il numero di conteggi complessivo Λ_t sarà la somma dei due contributi, rispettivamente cattura nucleare Λ_c e decadimento Λ_d:

$$\Lambda_t = \Lambda_c + Q\Lambda_d \tag{5.16}$$

dove Q è il fattore di Huff, e tiene conto del fatto che il numero di decadimenti è ridotto poichè il muone è legato [63]. Per muoni nel vuoto $\Lambda_d = 1/(\tau_{\mu^-})$, altrimenti, per descrivere i muoni negativi arrestati in un mezzo, si ha $\Lambda_d = 1/(\tau_{\mu^+})$, per il teorema CPT. Λ_c è la grandezza che ci proponiamo di descrivere qualitativamente. Solo i protoni saranno coinvolti nel processo di cattura. Le ipotesi più semplici per descrivere quest'ultimo sono:

- tutti i protoni di un nucleo possono indipendentemente interagire con il μ^- che abbia raggiunto l'orbita elettronica K;
- nucleo puntiforme;
- interazione proporzionale alla densità di muoni nella posizione del nucleo (nel nostro caso l'origine).

Analiticamente:

$$\Lambda_c = \sum_Z |\Psi_\mu(0)|^2 = \frac{Z^4}{\pi a_0^3} \tag{5.17}$$

dove a_0 è il raggio di Bohr muonico e $\Psi_\mu(0)$ la funzione d'onda associata al muone. Questa approssimazione perde la sua validità per elevati valori di Z. In questo caso non è possibile considerare il nucleo puntiforme: il raggio di Bohr muonico è confrontabile con il raggio nucleare. E' dunque necessario considerare il caso di nuclei con dimensione finita e questo comporta quantitativamente l'introduzione di un numero effettivo di protoni Z_{eff}. Se si assume la distribuzione di carica continua, la probabilità di cattura sarà proporzionale alla densità di carica effettiva definita dalla seguente:

$$<\rho> = \frac{\int_0^R \rho(x')|\Psi(x')|^2 d^3x'}{\int_0^\infty |\Psi(x')|^2 d^3x'} \tag{5.18}$$

da cui:

$$\pi a_0^3 <\rho> = Z_{eff}^4 \tag{5.19}$$

che per una distribuzione di carica uniforme ($<\rho> = \rho$) da:

$$Z_{eff} = \left[\pi a_0^3 \frac{Z}{V} \frac{\int_0^R |\Psi(x')|^2 d^3x'}{\int_0^\infty |\Psi(x')|^2 d^3x'}\right]^{1/4} = C\left[\frac{Z}{A}\frac{\int_0^R |\Psi(x')|^2 d^3x'}{\int_0^\infty |\Psi(x')|^2 d^3x'}\right]^{1/4} \tag{5.20}$$

Una probabilità di cattura proporzionale alla quarta potenza della Z_{eff} non basta però a descrive i risultati sperimentali [64]. Un'espressione più dettagliata è stata ricavata da Primakoff [65], nella quale si tiene conto degli stati accessibili nello spazio delle fasi delle due particelle nel loro stato finale:

$$\Lambda_c(A,Z) = \gamma\Lambda(1,1)Z_{eff}^4[1 - \frac{A-Z}{2A}\delta] \tag{5.21}$$

dove $\Lambda(1,1)$ è la probabilità di cattura su idrogeno, δ tiene conto del principio di esclusione di Pauli applicato al neutrone (i nuclei con elevato Z sono costituiti da un numero maggiore di neutroni rispetto ai protoni) e γ è associato alla riduzione degli stati accessibili nello spazio delle fasi del neutrino (il muone è legato). Studiando $\Lambda_c(A,Z)/Z_{eff}^4$ in funzione di $(A-Z)/2A$, per diversi elementi e composti, è possibile ricavare i due parametri in (5.21) [64] e [66]. In Figura 5.12 riportiamo un esempio di interpolazine usando la (5.21) con i valori $\gamma\Lambda_c(1,1) = 170$ Hz e $\delta = 3.125$. E' indicato come funzione d'interpolazione alternativa la funzione di Goulard-Primakoff [63].

In sintesi sebbene il processo di cattura atomico sia lo stesso per muoni e pioni, al contrario la cattura nucleare distingue tra i due tipi di particelle; nel primo caso si ha interazione debole e nel secondo interazione forte. I due processi d'interazione hanno tempi caratteristici diversi, lunghi nel primo caso e brevi nel secondo, riferendosi alle corrispondenti vite medie. I muoni non sempre vengono catturati dal nucleo perché hanno un'apprezzabile probabilità di decadere. I pioni negativi invece sono sempre catturati dal nucleo. In conclusione le relazione ottenute per muoni e pioni non sono interscambiabili, in particolare per composti contenenti idrogeno.

5.4.2 Cattura di pioni su idrogeno e composti idrogenati

La scelta del tipo di bersaglio, per la reazione di scambio carica, dipende dalla probablità di cattura dei pioni negativi su idrogeno e composti idrogenati. Si vuole massimizzare il numero di pioni neutri prodotti e, poichè in un composto idrogenato parte dei pioni possono essere assorbiti da processi diversi dalla reazione di scambio carica, ci proponiamo di determinare il rapporto segnale-rumore per due possibili scelte di bersaglio: idrogeno liquido e composti idrogenati (ad esempio polietilene). E' allora necessario determinare la probabilità relativa di cattura nucleare sui diversi elementi di composti chimici.

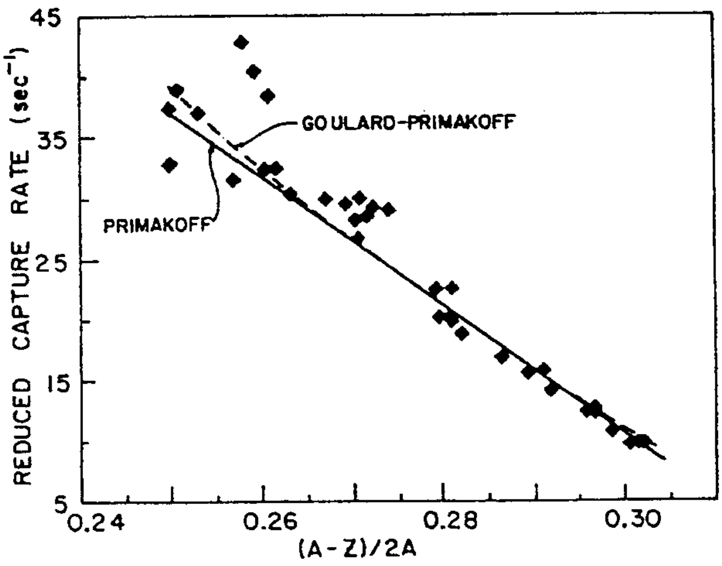


Figura 5.12: I dati sperimentali [66] sono interpolati con la formula di Primakoff e Goulard-Primakoff. Il numero di conteggi ridotto è definito come Λ_c/Z_{eff}^4.

Un pione negativo arrestato in un mezzo è sempre assorbito da un nucleo. Il processo è analogo a quello visto per i muoni. Anche in questo caso il tempo caratteristico complessivo (da 1. a 4.), definito dall'intervallo temporale compreso tra $\approx 10^{-13} - 10^{-9}$ s, è sempre inferiore alla vita media del π^- ($\approx 10^{-8}$), creando i presupposti per la formazione del sistema legato pione-nucleone.
Anche in questo caso la prima predizione teorica che descrive la probabilità di cattura è la legge di Fermi-Teller. La disponibilità di dati relativi all'interazione pione-composti idrogenati costituisce un utile strumento di indagine per controllare le predizioni della legge Z. Definita f la probabilità di cattura del pione su idrogeno in uno stato legato $\mathrm{H_n Z_m}$ (probabilità di cattura ridotta) dalla legge Z si ha:

$$f = \frac{n}{m}\frac{a}{Z} \tag{5.22}$$

con a costante di proporzionalità. Tale predizione è un utile punto di partenza ma forti deviazioni sono osservate per gli elementi più leggeri e per i composti. In questo caso diventano possibili meccanismi d'interazione che coinvolgono la terza fase dello schema di cattura (punto 3.), che modificano la proporzionalità inversa di f da Z della (5.22). Dai dati sperimentali è stata ricavata una legge semi-empirica, che distingue tra elementi appartenenti ai diversi periodi della tavola periodica (da I a VII), come espresso mediante la costante a_L (con L che indica il periodo della tavola periodica;)[67],[68] e [58]:

$$f = \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{Z}\right) W = \frac{a_L}{Z^3} \tag{5.23}$$

dove abbiamo usato W determinato mediante il modello 'large-mesic-molecule' LMN [59]:

$$W = a_L \frac{n}{mZ + n} \frac{1}{Z^2} \tag{5.24}$$

W descrive la probabilità che ha il π^- di formare un atomo mesico $p\pi^-$ o $Z\pi^-$ quando subisce una transizione dai livelli atomici comuni (della molecola mesica) ai livelli separati degli atomi costituenti il composto. Per cattura in idrogeno puro poniamo $W = 1$ e dalla (5.24) si ricava $a_I = 2$. Altrimenti a_L è determinato come parametro d'interpolazione (vedi Figura 5.13). Sono disponibili relazioni che permettono di calcolare a_L tenendo conto del tipo di legame e la densità del mezzo che qui non consideriamo [68]. L'aspetto da sottolineare per i nostri presupposti è la dipendenza di f dalla terza potenza di Z al denominatore, che riduce notevolmente la cattura di pioni su idrogeno legato. Questo aspetto è di fondamentale importanza se si tiene conto dei fasci disponibili che danno luogo ad un basso numero di eventi. Posto W=1 per idrogeno puro, la Figura 5.13 evidenzia come $W = P^{-1/3}$ assuma valori da ≈ 0.4 per l'idruro di litio a 4.6×10^{-3} per l'acqua: percorrendo il primo periodo della tavola periodica, la cattura su idrogeno si riduce di ben tre ordini di grandezza. In particolare per CH_2 la probabilità di cattura relativa dei pioni su idrogeno è $\approx 1\%$. In questo caso predizione teorica e misura sperimentale sono in buon accordo tra di loro. Per una scelta ottimale di bersaglio la (5.23) suggerisce che sia molto più utile utilizzare solo idrogeno (che per ragioni di densità si richiede liquefatto) che non composti idrogenati.

5.4.3 Particelle emesse nella cattura di pioni a riposo su nuclei

La produzione di particelle da cattura nucleare pionica può essere suddivisa in:

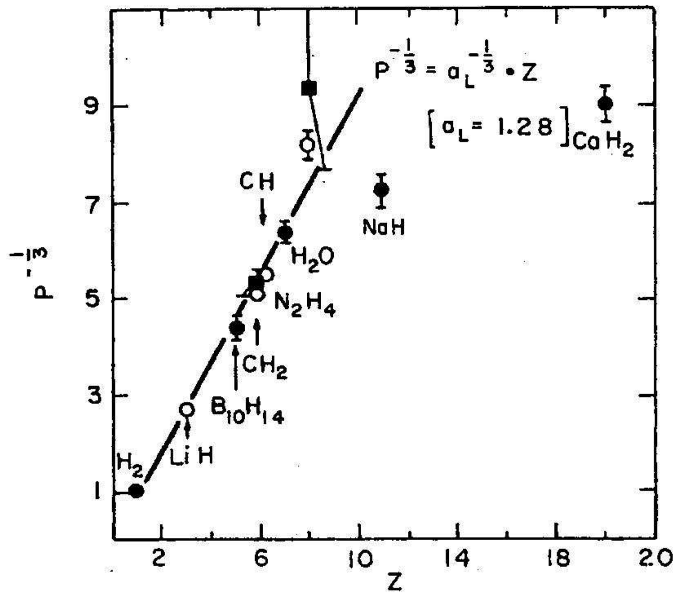


Figura 5.13: Probabilità relativa per cattura di pioni su protoni in composti idrogenati. La grandezza riportata è $P^{-1/3} = [(m/n + 1/Z) \times f]^{-1/3}$ in funzione di Z, dove f è misurata, m e n il numero degli atomi del composto $H_n Z_m$ [58].

- emissione delle particelle assorbenti il pione (due o più nucleoni) (emissione diretta);
- emissione da diseccitazione del nucleo (evaporazione) accompagnata da radiazione;

Nel primo caso le particelle emesse possono raggiungere energie dell'ordine di $\approx$ 100 MeV ed avere una forte correlazione angolare. Nel secondo caso le energie sono basse e la distribuzione spaziale è isotropa [69]. Analisi in energia e di distribuzione angolare permettono di selezionare la modalità di produzione delle particelle nello stato finale, almeno nei casi più semplici. Protoni e neutroni sono prodotti sia per emissione diretta sia per evaporazione, particelle alfa principalmente per evaporazione. Residui di spallazione, deutoni e tritoni costituiscono il resto delle particelle tipicamente emesse da cattura pionica nucleare. Tipici spettri sono riportati in Figura 5.14, 5.4.3 e 5.16. L'approccio teorico 'standard' prevede assorbimento del pione su una coppia di nucleoni, conseguente formazione della risonanza Δ_{33} e successiva

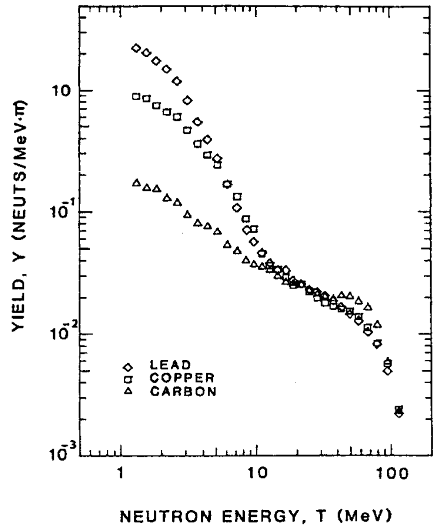


Figura 5.14: Spettro di neutroni emessi da cattura di π^- a riposo su alcuni nuclei.

emissione dei nucleoni:

$$\pi^- + N + N \rightarrow \Delta + N \rightarrow 2N \tag{5.25}$$

Per gli altri modelli rimandiamo alle referenze [70] e [71].

5.5 Cinematica del decadimento del π^0

Determiniamo lo spettro in energia dei fotoni emessi dal decadimento di pioni neutri, prodotti da reazione di scambio carica a riposo di pioni negativi su protoni: $\pi^-\ p \rightarrow \pi^0\ n$. Dalla conservazione dei quadrimpulsi:

$$p_-^\mu +\ p_p^\mu = p_0^\mu +\ p_n^\mu \tag{5.26}$$

con p_-^μ, p_p^μ, p_0^μ, p_n^μ riferiti rispettivamente al pione negativo, protone, pione neutro e neutrone, risolvendo il quadrato della (5.26) rispetto alle energie delle particelle nello stato finale E_0 e E_n si ottiene:

$$E_0 = \frac{(m_- + m_p + E_B)^2 - m_n^2 + m_0^2}{2(m_0 + m_p + E_B)} = 137.83MeV \tag{5.27}$$

$$E_n = m_- + m_p + E_B - E_0 = 940.01MeV \tag{5.28}$$

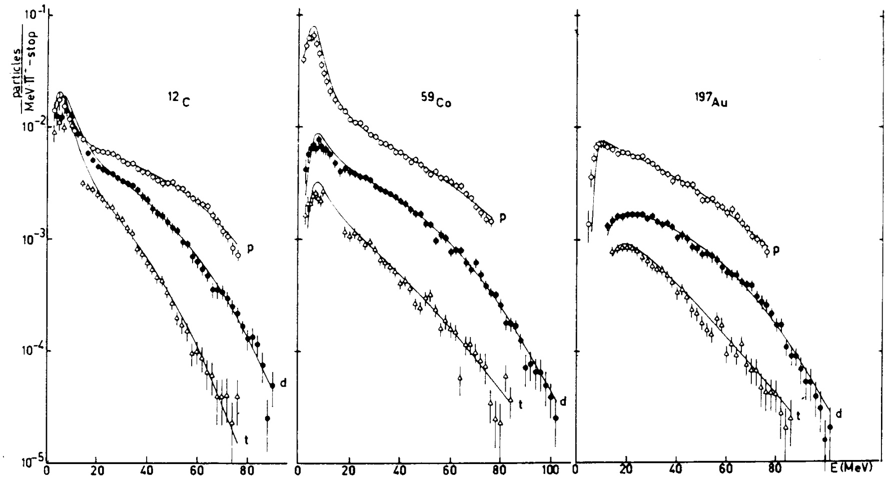


Figura 5.15: Spettro di protoni, deutoni e tritoni emessi da cattura di π^- a riposo su alcuni nuclei.

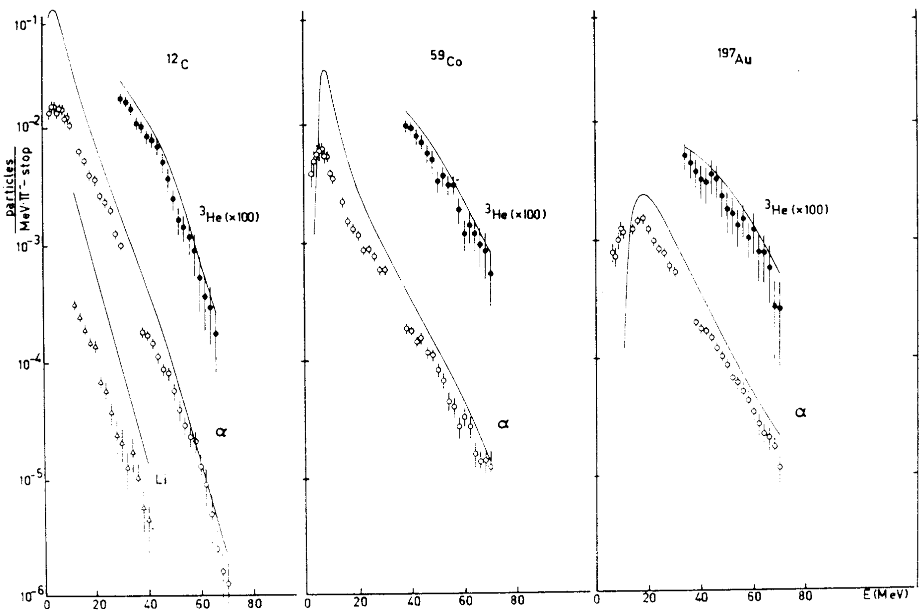


Figura 5.16: Spettro di particelle α e ^{3}He emessi da cattura di π^- a riposo su alcuni nuclei.

con ovvio significato dei simboli. L'energia di legame E_B è stata riportata solo per completezza, ai fini dei calcoli è trascurabile ($E_B = 0.037 \pm 0.08$ KeV [72]).
Nel sistema di riferimento solidale al π^0 (sistema di riferimento del centro di massa CM, accentato) i fotoni sono emessi in direzioni opposte con energie pari alla metà della massa del pione neutro ($E'_{1\gamma} = E'_{2\gamma} = m_0/2 = 67.5$ MeV). Per un momento sia X la direzione di emissione del π^0 nel sistema di riferimento del laboratorio LAB, non accentato. In questo sistema di riferimento i quadrimpulsi dei fotoni sono:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ p_{1x} \\ p_{1y} \\ p_{1z} \end{pmatrix}_\gamma = E'_\gamma \begin{pmatrix} \gamma(1 - \beta cos\theta') \\ \gamma(-\beta + cos\theta') \\ sen\theta' \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.29}$$

e

$$\begin{pmatrix} E_2 \\ p_{2x} \\ p_{2y} \\ p_{2z} \end{pmatrix}_\gamma = E'_\gamma \begin{pmatrix} \gamma(1 + \beta cos\theta') \\ \gamma(-\beta - cos\theta') \\ -sen\theta' \\ 0 \end{pmatrix}$$

ottenuti utilizzando le trasformazioni di Lorentz con $\beta = p_0/E_0 = 0.20$. La distribuzione angolare è isotropa sia in CM sia in LAB. Questo è un caso particolare connesso al processo di cattura a riposo dei π^-: l'informazione relativa alla direzione incidente di questi è persa perciò i pioni neutri sono emessi con uguale probabilità in ogni direzione. Sia:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} = \frac{dN_\gamma}{d\Omega'}\frac{d\Omega'}{dE_\gamma} = \frac{dN_\gamma}{dcos\theta'}\frac{dcos\theta'}{dE_\gamma} \tag{5.30}$$

lo spettro diffenziale in energia, dove abbiamo assunto simmetria in ϕ. Per ipotesi:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{dcos\theta'} = \dot{N}_0 \tag{5.31}$$

con $\dot{N}_\gamma$ e $\dot{N}_0$ indicanti il numero di fotoni e pioni neutri prodotti nell'unità di tempo (è stata imposta la condizione $\int_{4\pi} \frac{d\dot{N}_\gamma}{d\Omega'} d\Omega' = 2\dot{N}_0$). Dalla (5.29) (riferiamoci per un momento al solo fotone 1) segue:

$$\frac{dE_\gamma}{dcos\theta'} = E'_\gamma \gamma\beta. \tag{5.32}$$

Sostituendo la (5.31) e l'inversa della (5.32) nella (5.30) si ottiene:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} = \frac{\dot{N}_0}{E'_\gamma \gamma\beta} = \frac{2\dot{N}_0}{m_0\gamma\beta} = \frac{2\dot{N}_0}{p_0} = \frac{2\dot{N}_0}{E_{\gamma M} - E_{\gamma m}} \tag{5.33}$$

che descrive uno spettro piatto in energia con gli estremi inferiore e superiore ottenuti rispettivamente dalla (5.29) per $cos\theta^{'} = \pm 1$:

$$E_{\gamma m} = \gamma \frac{m_0}{2}(1-\beta) = \frac{m_0}{2}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = 54.9MeV \tag{5.34}$$

e

$$E_{\gamma M} = \gamma \frac{m_0}{2}(1+\beta) = \frac{m_0}{2}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 83MeV. \tag{5.35}$$

Dalla conservazione dei quadrimpulsi:

$$p_0^\mu = p_{1\gamma}^\mu + p_{2\gamma}^\mu \tag{5.36}$$

posto Θ pari all'angolo relativo formato dai fotoni in LAB, segue l'utile relazione:

$$\Theta = arccos\left(1 - \frac{m_0^2}{2E_\gamma(E_0^{'} - E_\gamma)}\right) \tag{5.37}$$

riportata in Figura 5.17.

5.6 Conteggi e fondo con bersaglio ad idrogeno liquido

Ci proponiamo di determinare il numero di fotoni attesi e il fondo associato senza o con l'identificazione di π^0, per selezionare le condizioni ottimali di misura.
Sia $\dot{N}_-$ il numero di pioni negativi che per unità di tempo raggiungono il moderatore, T il coefficiente di trasmissione attraverso il moderatore, P la frazione di Panoskfy e $\Delta\Omega$ la copertura in angolo solido dell'apparato sperimentale. Usando i valori riportati in Tabella 5.6, il numero atteso di fotoni, nell'intervallo di energia tra 55 e 83 MeV è:

$$\dot{N}_\gamma = \dot{N}_- \; T \; P \; \Delta\Omega = 790 \, \gamma/s \tag{5.38}$$

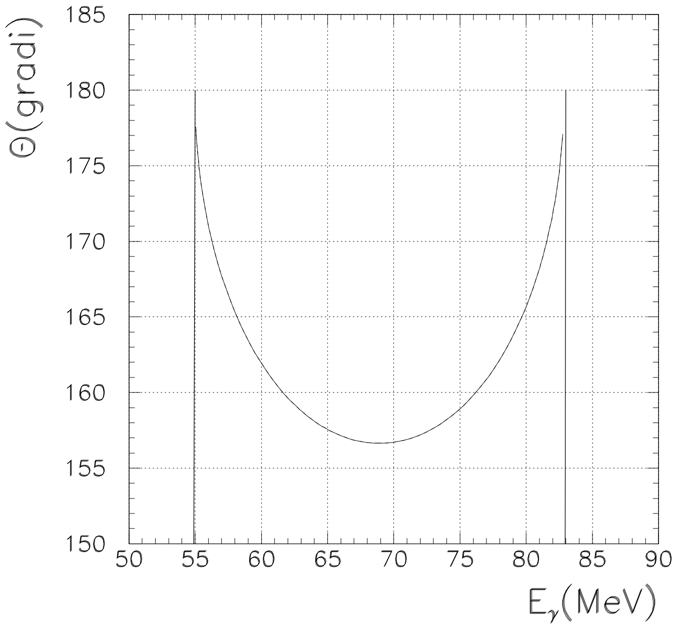


Figura 5.17: Angolo relativo dei fotoni emessi nel decadimento del pione neutro $\pi^0 \rightarrow \gamma\ \gamma$ nel sistema di riferimento del laboratorio in funzione dell'energia, nell'intervallo tra 54.9 MeV e 83 MeV.

Grandezza	Valore&Unità
Flusso $\dot{N}_{-}$	$1.8 \times 10^6\ \pi^-/s$
Coef. di trasmissione T	0.92
Angolo solido $\Delta\Omega$	7.9×10^{-4} sr

Tabella 5.8: Valori usati per stimare i conteggi di fotoni.

La misura in coincidenza riduce il numero degli eventi di un fattore C, che nel nostro caso descrive la selezione di soli quei fotoni emessi in direzioni opposte in LAB; il numero degli eventi attesi, per i fotoni emessi a ≈ 55 MeV e ≈ 83 MeV è in questo caso:

$$\dot{N}_\gamma = \dot{N}_- \; T \; P \; \Delta\Omega \; C = 19 \; \gamma/s \tag{5.39}$$

con C dato da:

$$\begin{aligned} C &= \int_{cos\Theta} \left| \frac{dcos\theta'}{dcos\Theta} \right| dcos\Theta \\ &= \int_{cos\Theta} \left| \frac{1}{\beta\gamma^2(1-cos\Theta)^2\sqrt{1-\frac{2}{\gamma^2(1-cos\Theta)}}} \right| dcos\Theta \end{aligned} \tag{5.40}$$

Richiesta una risoluzione in energia $\Delta E/E < 0.01$, dalla (5.37) si ricava $\Delta\Theta < 5^\circ$ e quindi gli estremi di integrazione per la (5.40), rispettivamente $cos\Theta_{min} = -1$ e $cos\Theta_{Max} = -0.996$. Sviluppando l'integrando in (5.40) attorno a $cos\Theta = -1$ si ottiene:

$$C = \int_{cos\Theta_{min}}^{cos\Theta_{Max}} (48 + 42cos\Theta)d\Theta = 0.024 \tag{5.41}$$

che sostituito in (5.39) dà il numero di conteggi di fotoni già riportato.
I tipi di fondo corrispondono ai seguenti possibili processi:

1. scambio carica in volo sul moderatore e sulle pareti del bersaglio;

2. scambio carica a riposo sulle pareti del bersaglio;

3. reinterazione sulle pareti del bersaglio e il collimatore davanti al calorimetro.

Il numero di conteggi attesi da scambio carica in volo, determinato rispettivamente per il moderatore (grafite) e le pareti del bersaglio (alluminio) senza identificazione di π^0, è:

$$\dot{B}_{mod}(x) = \dot{N}_-(1 - e^{-\sigma_{cx} nx})\Delta\Omega \approx 11 \; \gamma/s \tag{5.42}$$
$$\dot{B}_{tar}(x) = \dot{N}_-(1 - e^{-\sigma_{cx} nx})\Delta\Omega \approx 7 \; \gamma/s \tag{5.43}$$

dove è stata usata la relazione $\sigma_{cx} \approx 0.10\sigma_{tot}$ per entrambi i materiali [3] [73]. Lo scambio carica a riposo di pioni su nuclei leggeri [A,Z](π^-,π^0)[A,Z-1] è energeticamente permesso solo per ^{6}Li, ^{10}B, ^{14}N e ^{27}Al. La misura della probabilità che avvenga il processo di scambio carica B è ottenuta mediante la seguente espressione:

$$B = \frac{N_{\gamma\gamma}}{N(stop)\epsilon} \tag{5.44}$$

dove $N_{\gamma\gamma}$ è il numero di fotoni dal decadimento dei π^0, N(stop) è il numero di π^- arrestati nel bersaglio ed ϵ è l'efficienza di rivelazione determinata dalla geometria dell'apparato sperimentale (per maggiori dettagli vedi [74]). Per l'alluminio il valore misurato di B è $B(\pi^- \, ^{27}Al \rightarrow \pi^0 \, ^{27}Mg) = \ (4.8 \pm 1.5) \times 10^{-6}$ e dunque il contributo al fondo è trascurabile.
Il rapporto fondo-segnale R in singola è allora:

$$R = \frac{\dot{B}_{mod} + \dot{B}_{tar}}{\dot{N}_\gamma} = 0.02 \tag{5.45}$$

La stessa stima si ottiene per la misura in coincidenza, che a priori si differenzia dalla (5.45) per il fattore C sia al numeratore che al denominatore. E' importante sottolineare che questa stima è un limite superiore. Il contributo al fondo dei due processi è atteso essere inferiore all'1%. Per σ_{tot}, e di conseguenza per σ_{cx} come segue da [75], è stato utilizzato il valore corrispondente all'energia cinetica dei pioni negativi pari a $T_- = 50$ MeV, senza tener conto del rallentamento attraverso il moderatore e la relativa riduzione di σ come segue da Figura 5.6.
In conclusione il fondo atteso non è osservabile. Misure di conteggi eseguite con il bersaglio vuoto confermano quanto detto in relazione al fondo da scambio carica in volo. Misure eseguite mediante l'uso di uno scintillatore plastico davanti al prototipo del calorimetro permettono di escludere la presenza di un fondo rilevante da particelle cariche, come presentato nel capitolo 7.

5.7 Conteggi e fondo con bersaglio CH_2

Il numero di conteggi di fotoni senza e con identificazione di π^0 su bersaglio CH_2 è ancora dato rispettivamente dalla (5.38) e dalla (5.39) a meno di

[3] Il fascio incide al centro del bersaglio e investe le pareti solo con l'alone (dovuto all'allargamento causato dalla divergenza del fascio e dalla diffusione multipla). Questo contributo è stimato essere pari a 0.1, che moltiplica la (5.43).

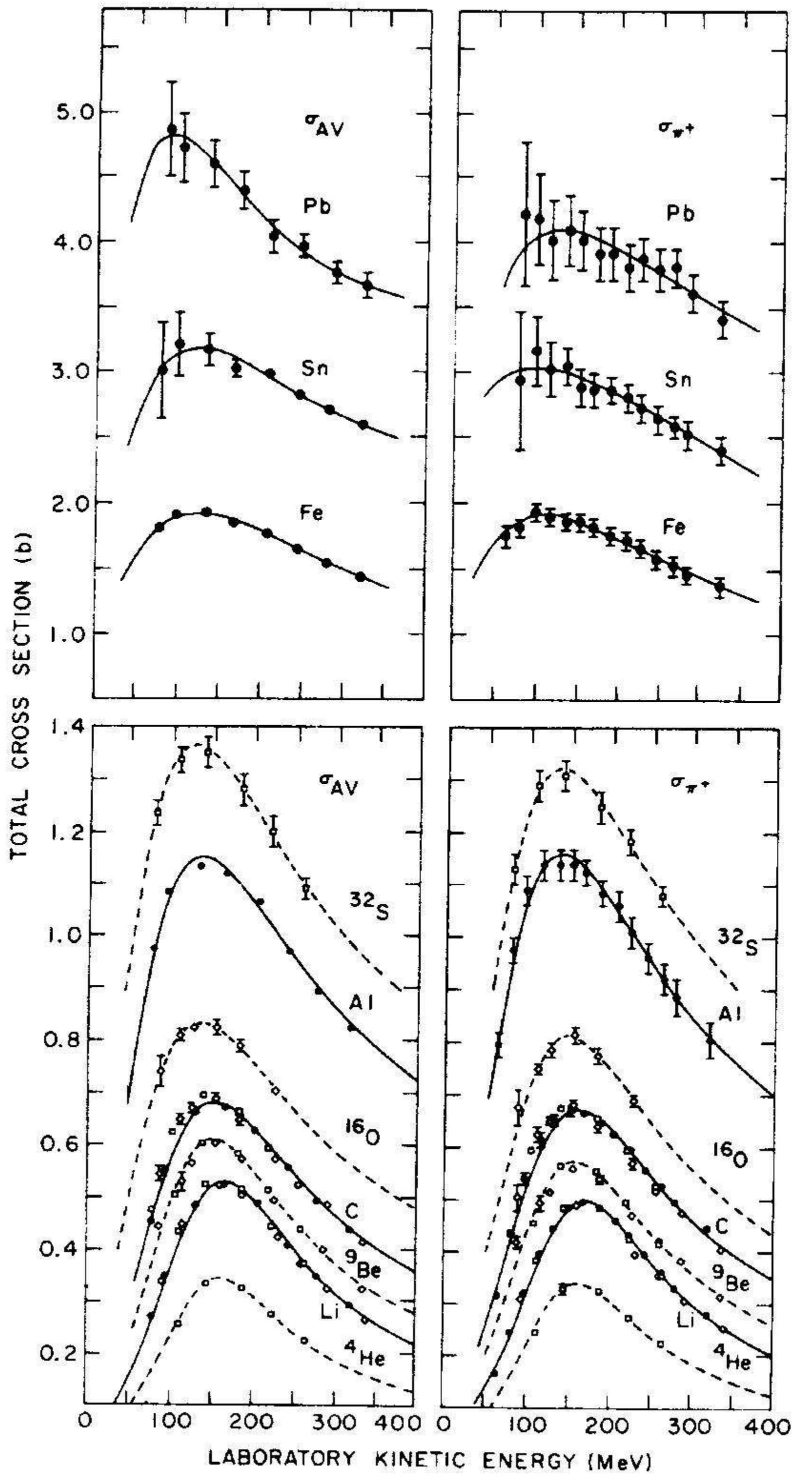


Figura 5.18: Sezione d'urto totale pione-nucleo σ_{av} e σ_{π^+} in funzione dell'energia cinetica del pione incidente per diversi elementi in prossimità della risonanza $\Delta_{3,3}$ con $\sigma_{av} = (\sigma_{\pi^-} + \sigma_{\pi^+})/2$ [75].

un fattore moltiplicativo che tiene conto del fatto che l'atomo d'idrogeno è legato. Questo fattore è la probabilità di cattura ridotta introdotta precedentemente f. Disponiamo di misure di f per CH_2 consistenti tra di loro e con la predizione semi-empirica ottenuta mediante la (5.23), calcolata per $a_L = a_{II} = 1.28$, come riportato in Figura 5.13. La media pesata dei risultati sperimentali è $f = 1.06 \pm 0.15\%$ [58]. Il numero di conteggi in queste condizioni è:

$$\dot{N}_\gamma = \dot{N}_- \; T \; P \; \Delta\Omega \; f \approx 8 \, \gamma/s \tag{5.46}$$

per la misura in singola e:

$$\dot{N}_\gamma = \dot{N}_- \; T \; P \; \Delta\Omega \; C \; f \approx 0.2 \, \gamma/s \tag{5.47}$$

in coincidenza. In maniera analoga possiamo ripetere le considerazioni fatte per studiare i tipi di fondo. Il numero di conteggi attesi per scambio carica in volo è lo stesso calcolato per LHT:

$$\dot{B}_{mod}(x) \;\; = \;\; \dot{N}_-(1 - e^{-\sigma_{cx} n x})\Delta\Omega \approx 11 \, \gamma/s \tag{5.48}$$

$$\tag{5.49}$$

Confrontiamo i valori ottenuti nei due casi (LHT e CH_2). A parità di rumore il rapporto fondo-segnale è determinato esclusivamente dal numero di conteggi attesi e quindi ridotto di un fattore 100 nel caso di CH_2 . In conclusione la soluzione del bersaglio ad idrogeno liquido appare la più appropiata.

5.8 Bersaglio ad idrogeno liquido. Conteggi e fondi misurati

In questo paragrafo descriveremo in dettaglio lo schema criogenico del bersaglio ad idrogeno liquido LHT e discuteremo il numero di conteggi misurati. Le caratteristiche dei rivelatori e la selezione degli eventi sarà trattata nei capitoli seguenti.

5.8.1 Apparato sperimentale

I protoni incidono sul bersaglio E ed i pioni e muoni prodotti sono selezionati mediante la linea del fascio $\pi E1$. In corrispondenza del quadrupolo ASY51, lungo la linea del fascio, è inserito il degradatore di carbonio ed alla fine del fascio si ha il contatore a scintillazione S1, seguito dal bersaglio LHT. I due rivelatori, rispettivamente il prototipo del calorimetro a LXe ed i cristalli di NaI, sono disposti ortogonalmente al fascio ed ad ambedue i lati di questo. Il trigger è fissato dalla coincidenza dei segnali in S1, LXe e NaI. Lo schema è riportato in Figura 5.19.

La criogenia del bersaglio è riportata schematicamente in Figura 5.20 con il particolare del bersaglio in Figura 5.21. L'idrogeno è liquefatto utilizzando un criogeneratore di Gifford-McMahon, mediante un ciclo di He gassoso (le temperature di liquefazione ad una pressione atmosferica per H_2 ed He sono rispettivamente T=23.65 K e T=4.224 K). Il dispositivo di raffreddamento è costituito da due unità: il compressore e la testa fredda, connessi da tubi flessibili. La testa fredda è costituita dal volume di espansione, il pistone ed il rigeneratore. Il funzionamento è illustrato in Figura 5.22, schematizzato in quattro fasi (ciclo di Gifford-McMhahon). Il vuoto richiesto per l'isolamento termico è di 10^{-6} mbar ed è fatto impiegando una pompa rotativa accoppiata ad una pompa turbo-molecolare. Il volume del bersaglio è $V_{D3} = 125$ cm^3. Il riempimento avviene raccogliendo una quantità definita di idrogeno gassoso dalla riserva D1 nella cella D2 (nel nostro caso $V_{D2} = 16.85$ l, come indicato in Figura 5.20). Nelle nostre condizioni il processo di riempimento può essere schematizzato in tre fasi. Fissata la pressione nella cella pari $P_{D2} = 4$ atm si fa eseguire un'espansione in corrispondenza di una variazione $\Delta P_{D2} = 2$ atm. Tenendo conto del fatto che per $P = 1$ atm 1 l di H_2 liquido equivale a 843,9 l di H_2 gassoso, si puo' verificare che nelle condizioni dette sopra è necessario ripetere la procedura tre volte, per una variazione totale di pressione nella cella pari a $\Delta P_{D2} = 5.95$ atm. Il tempo totale necessario per il riempimento è di circa 3 ore. La pressione all'interno del bersaglio è di un'atmosfera. Direttamente collegata a quest'ultima si ha una valvola di sicurezza, che permette la fuoriuscita di idrogeno per pressioni maggiori di 2 atm.

5.8.2 Discussione e risultati

Confrontiamo i valori di conteggi attesi con quelli misurati. Poichè le misure sono state eseguite solo con il bersaglio ad idrogeno liquido, con una cella cilindrica di dimensioni $d = 4$ cm ed $L = 9$ cm, ci limiteremo a considerare soltanto questa situazione. Distingueremo tra geometria A e B a secondo

$V_{D2}\%$	Moderatore	Conteggi
0.33	esterno	≈ 1 Hz
0.66	esterno	≈ 2 Hz
1	esterno	≈ 3 Hz
1	interno	$\approx 13 - 15$ Hz

Tabella 5.9: Conteggi misurati per diverse condizioni sperimentali.

che il moderatore sia all'esterno o all'interno dell'isolamento a vuoto del bersaglio.
Moltiplichiamo il numero di conteggi ottenuto in (5.39), che tiene conto dell'attenuazione del fascio di pioni negativi attraverso il moderatore, del processo di cattura e dell'accettanza angolare, per la frazione di pioni negativi arrestati nel bersaglio, che tiene conto della diffusione multipla indotta dal moderatore. Per la geometria A, usando i risultati riportati in Figura 5.5, si ottiene il numero di conteggi atteso $\dot{N}_{att} \approx 6.8$ Hz e per la geometria B si ha $\dot{N}_{att} \approx 15.75$ Hz (vedi Figura 5.8) da confrontare con i valori misurati, rispettivamente $1 < \dot{N}_{mis} < 3$ Hz e $13 < \dot{N}_{mis} < 15$ Hz. I risultati relativi alla geometria B sono in buon accordo ma si ha una forte discrepanza per ciò che riguarda la geometria A (circa un fattore 2). Questo probabilmente dev'essere attribuito al fatto che nella simulazione non si tiene conto della divergenza del fascio, rendendo meno realistica la predizione per il caso A. In Tabella 5.9 riportiamo il numero di conteggi relativo al decadimento del pione neutro in due fotoni, emessi in direzioni opposte, per il caso di bersaglio riempito parzialmente, con frazioni di volume pari a 1/3, 2/3 e totalmente. La diretta proporzionalità tra il volume del bersaglio ed il numero di conteggi permette di affermare che il fascio è ben centrato sul primo. Nella Tabella 5.9 'interno' ed 'esterno' si riferiscono alla posizione del moderatore, rispettivamente posto nell'intercapedine dell'isolamento a vuoto o esterno ad esso.

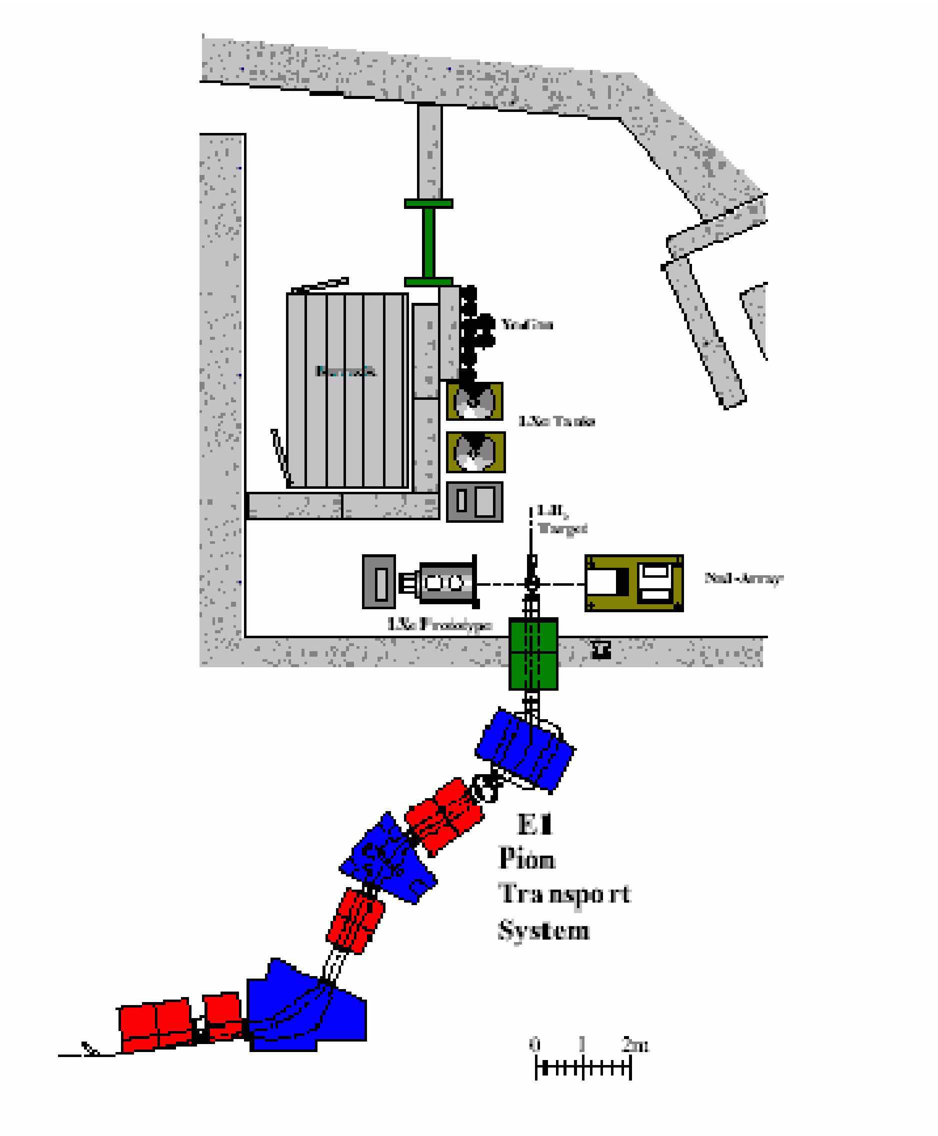


Figura 5.19: La linea del fascio $\pi E1$ e l'area sperimentale.

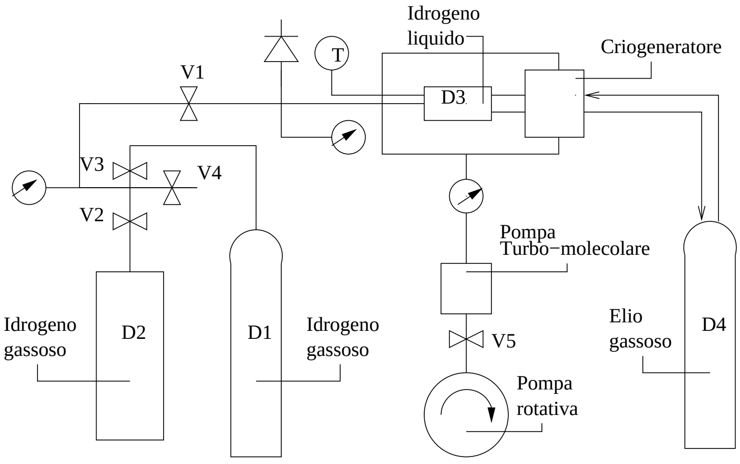


Figura 5.20: Schema dell'apparato criogenico del bersaglio ad idrogeno liquido.

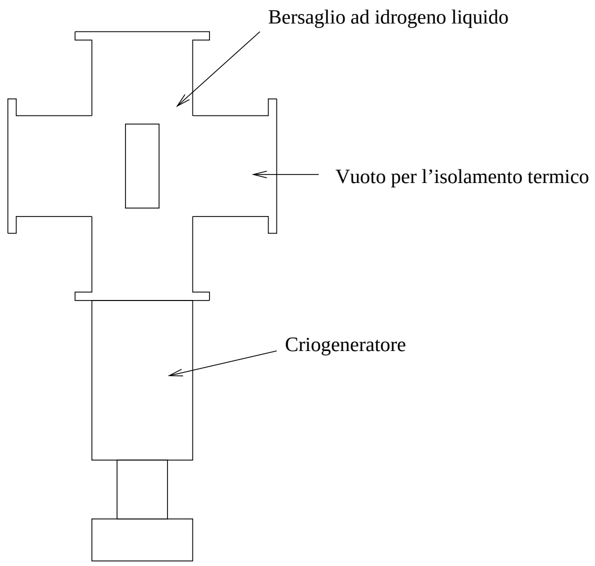


Figura 5.21: Bersaglio ad idrogeno liquido.

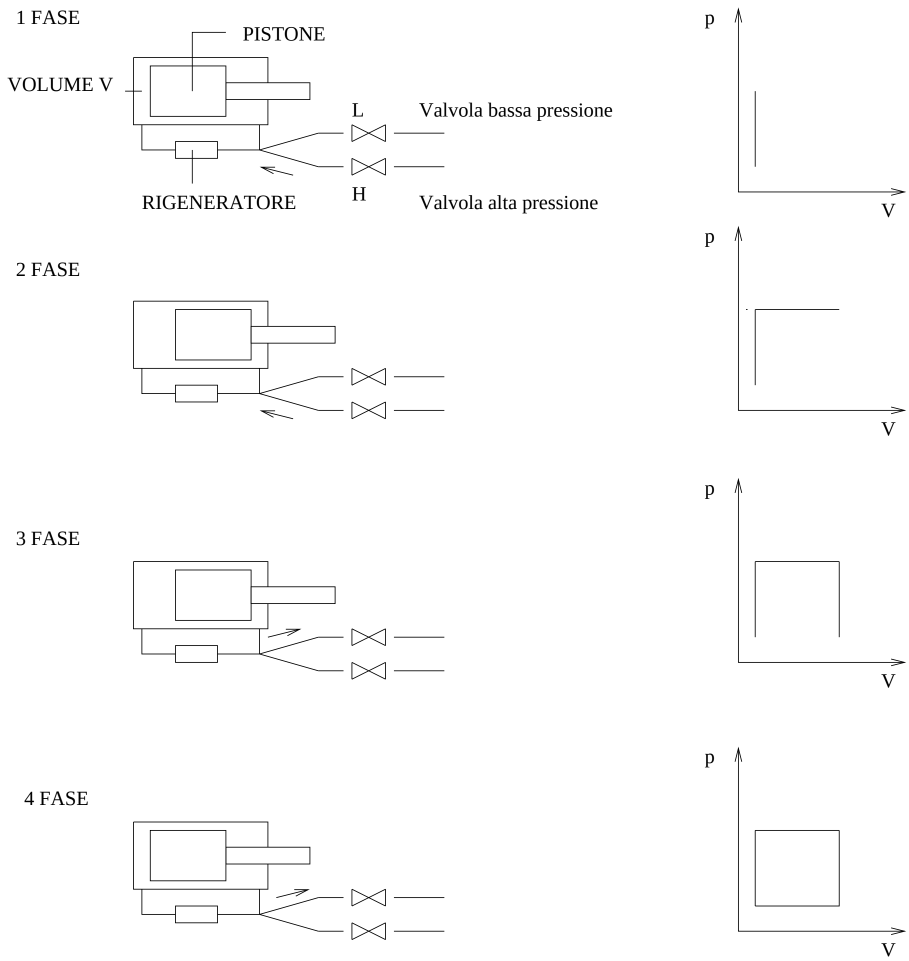


Figura 5.22: Ciclo di Gifford-McMhahon.

Capitolo 6

Caratteristiche dei fotomoltiplicatori

L'energia e la posizione dell'evento nel prototipo del calorimetro a Xenon liquido (XeL) sono determinati sulla base della carica letta da ogni PMT. Parametri come il guadagno g e l'efficienza quantica QE, direttamente collegati alla carica, sono proprietà specifiche del singolo PMT. E' quindi richiesta una calibrazione, ottenuta misurando queste grandezze e pesando opportunamente la carica letta affinchè la risposta del rivelatore sia il più possibile uniforme. Presenteremo come sono state eseguite queste misure, i problemi incontrati ed i possibili miglioramenti.

6.1 Il Large Prototype

Uno schema del prototipo del calorimetro a Xenon liquido, il Large Prototype LP, è mostrato in Figura 6.1. Il rivelatore consiste in un parallelepipedo di volume attivo di xenon corrispondente 67 l. Il segnale di scintillazione dello Xe, indotto dalla radiazione ionizzante, è letto da 264 PMT, direttamente immersi nello XeL e montati su un supporto, in modo da coprire le sei pareti del rivelatore in maniera uniforme. Il numero effettivo di PMT realmente disponibili per la misura è di 228 e la disposizione su ogni parete è scelta in modo da ottimizzare la risposta del calorimetro. In Figura 6.1 è visibile la copertura relativa alle pareti laterali, con i cerchi scuri che indicano i PMT non montati; sulla parete d'uscita mancano i quattro PMT posti ai vertici della faccia quadrata. Un'intercapedine tra il volume interno, occupato dallo

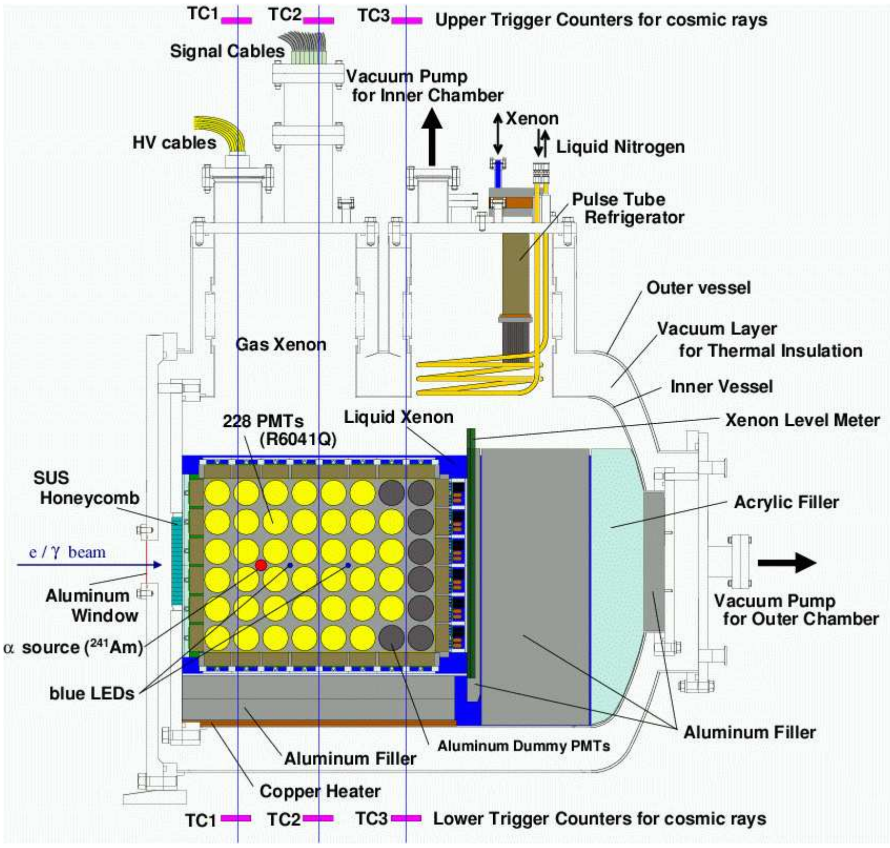


Figura 6.1: Vista laterale del Large Prototype

Xenon, e l'ambiente esterno, ha la funzione di isolamento termico a vuoto. La liquefazione dello Xe è ottenuta mediante un criogeratore a tubo impulsato, montato sulla parte alta del rivelatore. In prossimità del tubo impulsato è inserito un tubo refrigerante nel quale circola N_2 liquido, utilizzato in fase di liquefazione. Sono richiesti circa 120 l di Xe. Gli otto LED blu, utilizzati per la determinazione del guadagno, e le quattro sorgenti α di ^{241}Am, impiegate per la determinazione della QE e per eseguire la calibrazione in energia, sono disposti sulle quattro pareti laterali, come riportato in Figura 6.1. I segnali sono letti da PMT sensibili alla luce UV (R6041Q), forniti dalla Hamamatsu Photonics, le principali caratteristiche dei quali sono riportate in Tabella 6.1.

Diametro dei PMT	57 mm
Materiale del fotocatodo	Rb-Cs-Sb
Diametro dell'area sensibile	46 mm
QE a 165 K	$\approx$ 5%(a 175 nm) [1]
Tipo di dinodo	canale metallico
Numero di stadi	12
H.V. tipica	800 V
Amplificazione della corrente	$\approx 10^6$
Variazione del tempo di transito	750 ps (FWHM)

Tabella 6.1: Proprietà del PMT Hamamatsu R6041Q.

6.2 Guadagno dei fotomoltiplicatori

Il guadagno dei fotomoltiplicatori è stato calcolato come segue. Sia N il numero di fotoelettroni corrispondenti ad una certa quantità di luce incidente sul fotocatodo. Assumiamo che la corrente in uscita del PMT, associata ai fotoelettroni opportunamente amplificati (quantitativamente mediante il fattore di guadagno g), e l'integrazione ADC siano lineari in N. La carica anodica q, in unità ADC è , a sua volta, lineare in N. In formula [76]:

$$q = gN + q_0 \tag{6.1}$$

dove q_0 è il piedistallo. La distribuzione del numero dei fotoelettroni è una poissoniana (che tende ad una gaussiana per $N > 10$). Dalla teoria della propagazione degli errori segue:

$$\sigma^2 = g^2 N + \sigma_0^2 \tag{6.2}$$

dove σ_0 è la deviazione standard del piedistallo. Combinando le equazioni (6.1) e (6.2) si ottiene un' utile relazione per lo studio dei guadagni:

$$\sigma^2 = g(q - q_0) + \sigma_0^2 \tag{6.3}$$

L'interpolazione lineare di σ^2 in funzione di $q - q_0$ (in unità ADC) permette di ricavare g. Nelle formule è stata trascurata la risoluzione intrinseca del PMT, associata all'impulso del singolo fotoelettrone.
Ogni run è stato ottenuto alimentando una coppia di LED, ciascuno dei quali montati su pareti opposte, con sei diverse tensioni. Un tipico spettro di

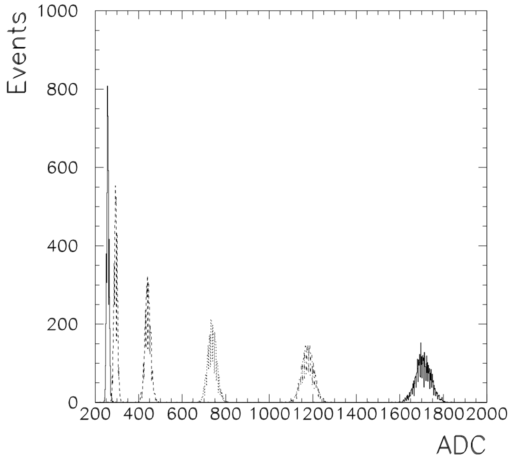


Figura 6.2: Spettro ADC per un particolare PMT per diverse intensità di LED.

carica, per un particolare PMT, è riportato in Figura 6.2. Mediante un'interpolazione gaussiana si calcolano la carica media e la varianza, relative alle sei distribuzioni di carica. Riportando la seconda in funzione della prima ed interpolando linearmente, dalla (6.3) segue il valore di g. In Figura 6.3 è riportato una tipica distribuzione gaussiana della carica letta da un singolo PMT, ed l'interpolazione lineare di σ^2 in funzione del numero di conteggi ADC. A 800 V di alimentazione del PMT il guadagno tipico è g=$\approx 10^6$.

6.3 Efficienza quantica

Il numero dei fotoni e la carica all'uscita del PMT sono legati dalla seguente relazione:

$$N = \frac{1}{QE}(\frac{ph}{phe})\ \frac{1}{g}(\frac{phe}{e})\ LC(\frac{e}{ADC})\ ADC \tag{6.4}$$

dove LC è il fattore di conversione della carica in unità ADC che per l'ADC usato è $1.25 \times 10^6\ e/ADC$, g è il guadagno del PMT e QE la sua efficienza quantica.
Il metodo usato per determinare le QE confronta la carica letta da ogni PMT con quella ottenuta mediante simulazione Monte Carlo. E' necessario cono-

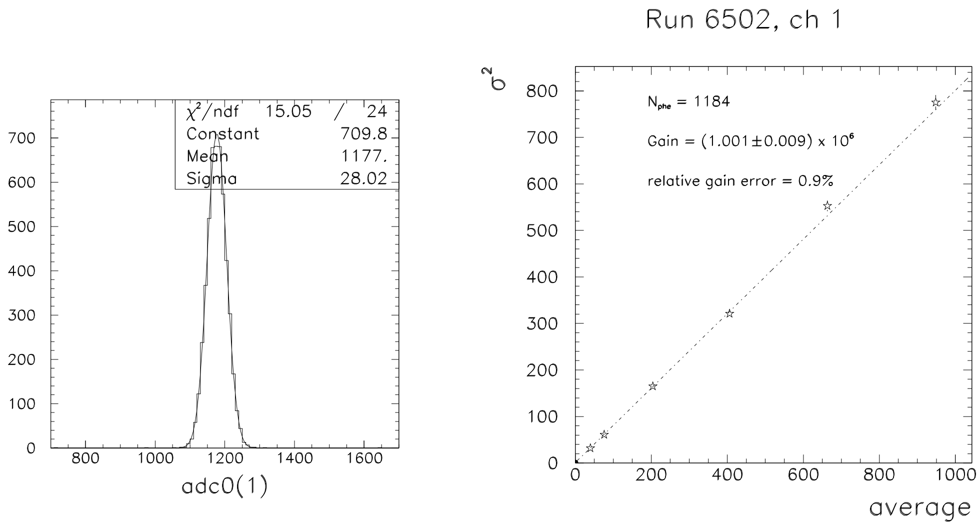


Figura 6.3: Distribuzione tipica della carica letta da un PMT e fit lineare di σ^2 verso la carica media, indicata con average, relativo alla determinazione del guadagno g del PMT.

scere tutti i processi fisici che coivolgono il percorso seguito dai fotoni di scintillazione, dall'emissione fino al fotocatodo, ed utilizzare delle sorgenti di energia e posizione note, per riprodurre gli eventi nella simulazione. La tecnica è stata applicata utilizzando dati raccolti in Xe gassoso. Le proprietà ottiche dello Xenon liquido non sono completamente note e l'uso di Xe gassoso semplifica la simulazione, perché è possibile assumere $\lambda_{ass} = \infty$ e $\lambda_{Ray} = \infty$. In questo caso è fondamentale richiedere che lo spettro di emissione dello Xe gassoso non sia molto diverso da quello dello Xe liquido ed eseguire le misure a temperature prossime a quelle dello Xe liquido, perchè la QE dipende sia dalla frequenza di emissione sia dalla temperatura. La prima richiesta è avallata dai dati sperimentali a disposizione, che riportiamo in Tabella 6.2. La seconda è ottenuta utilizzando Xe gassoso alla pressione P=1.3 atm e alla temperatura T=170 ^{0} K. In gas la quantità di luce di scintillazione per MeV è minore che in liquido (rispettivamente $\approx$ 13500 fotoni/MeV e $\approx$ 40000 fotoni/MeV) e quindi, a parità di deposito di energia, il numero di fotoelettroni letti è minore. La distribuzione dei fotoelettroni è in realtà interpolata dalla convoluzione di una poissoniana e di una gaussiana, la prima descrive l'andamento dei fotoelettroni, la seconda è associata al piedistallo.

Fase	Massimo dello spettro (nm)	FWHM(nm)	Ref.
gas(300 K)	175.1	16.1	[31]
gas denso ($\rho = 1.13 \times 10^{22} cm^{-3}$)	174.6	10.8	[77]
liquido(175 K)	176.1	12.0	[78]
liquido(160 K)	178.1	13.0	[31]
liquido	176.3	7.3	[32]

Tabella 6.2: Risultati sperimentali dello spettro di scintillazione dello Xe. L'andamento della riga è assunto per tutti essere gaussiano.

Due esempi di interpolazione sono dati in Figura 6.4, per due sorgenti di ^{241}Am, montate su pareti opposte, in analogia all'uso dei LED. Le medie del-

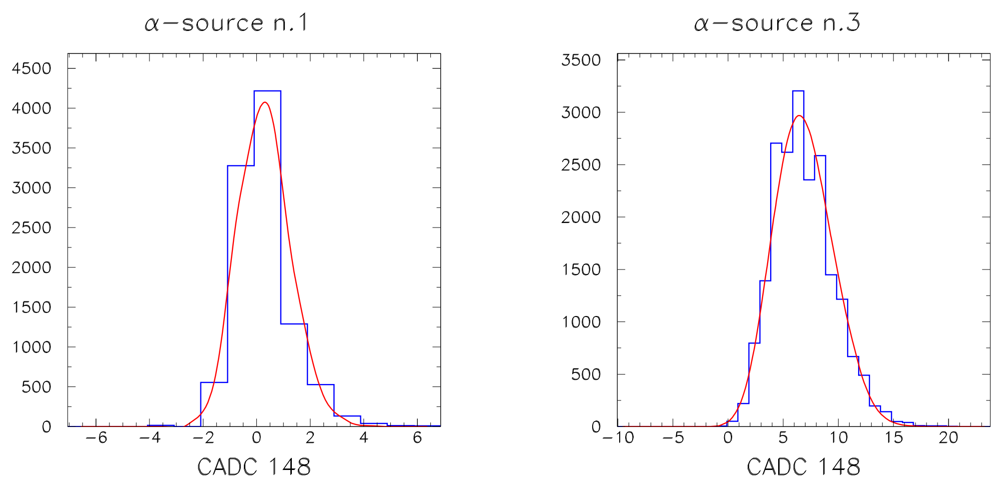


Figura 6.4: Esempio di interpolazione (vedi testo).

le distribuzioni relative ai dati sono riportate in funzione di quelle simulate, e mediante un'interpolazione lineare si ricava il valore della QE (Figura 6.5). A causa dell'incertezza nella riproduzione degli effetti fisici (in particolare la riflessione) con questa procedura non si riesce ad ottenere un stima della QE migliore del 20% (FWHM). In particolare nella simulazione di Monte Carlo non è inclusa la riflessione totale e la riflessione di Fresnel. Si assume che l'indice di rifrazione del quarzo sia n=1.61 e che lo spettro di scintillazione

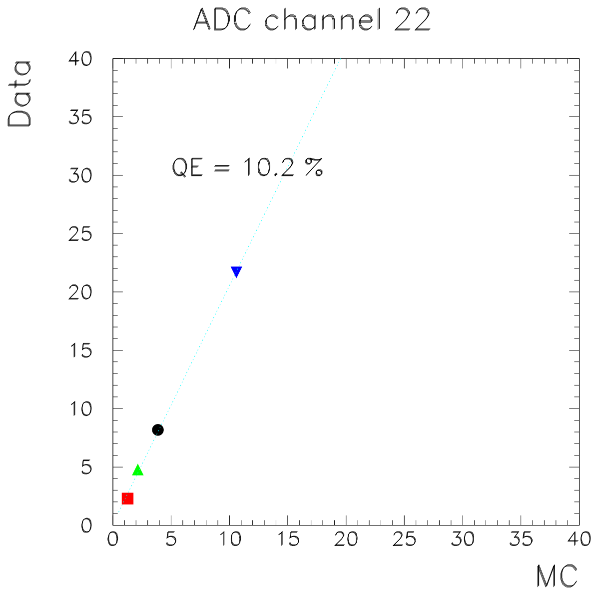


Figura 6.5: Esempio di interpolazione lineare usato per ricavare l'efficienza quantica del PMT.

dello Xe liquido sia descritto da una distribuzione gaussiana con massimo e larghezza (FWHM) pari rispettivamente a λ = 178 nm e Γ = 13 nm. Dalla dipendenza di n=n(λ) (capitolo 3) segue che per lunghezze d'onda $\lambda \approx 190$ nm si creino le condizioni per la riflessione totale sulla finestra di quarzo dei PMT, a grandi angoli di incidenza. A questo è necessario aggiungere la riflessione di Fresnel, presente ogni volta che la luce attraversi due mezzi ottici diversi. Una buona risoluzione in energia richiederebbe che le QE fossero note al livello di qualche percento. Tuttavia, poichè la ricostruzione degli eventi usa la carica misurata da n PMT, il contributo all'incertezza della variabile ricostruita, ad es. l'energia, dovuto alle QE, scala come $\sqrt{n}$. In questo caso il valore di n è il numero di tutti i PMT (n=228 per LP). Migliore è la conoscenza delle QE migliore è la risoluzione in energia. In Figura 6.6 riportiamo i risultati ottenuti per tutti i PMT. I valori misurati durante la prova preliminare in Giappone (KSR) e quelli ottenuti durante la prova in Svizzera (PSI) sono consistenti tra di loro, come mostrato dalla Figura 6.7.

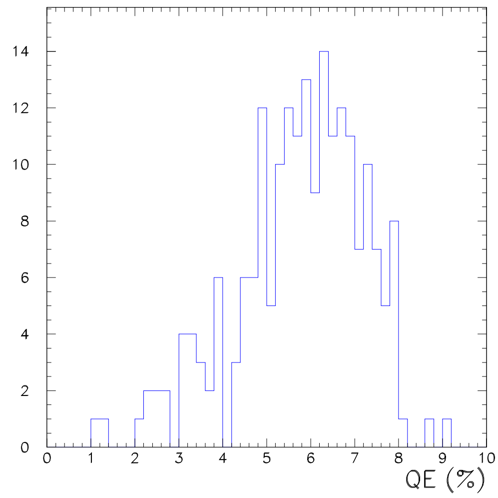


Figura 6.6: Distribuzione delle QE misurate per tutti i PMT.

6.4 Calibrazione in energia

Le particelle α da 5.44 MeV emesse dalle sorgenti di ^{241}Am permettono anche di eseguire una calibrazione in energia. Il segnale indotto dalle particelle α ha delle caratteristiche diverse da quello associato ai fotoni della stessa energia. E' quindi necessario tener conto di almeno due aspetti. Le α sono altamente ionizzanti ed il loro deposito di energia interessa circa 30 μm di Xe liquido. L'energia media per la produzione di un fotone di scintillazione (indicata con W_{ph}) dipende dalla particella ionizzante, poichè sia il fenomeno della ionizzazione sia quello dell'eccitazione sono coinvolti. In particolare poichè la densità di ionizzazione delle α è diversa da quella degli elettroni, il valore di W_{ph} per questi due tipi di particelle è diverso e vale rispettivamente $\approx 19.6 \pm 2$ e $\approx 23.7 \pm 2.4$. Il breve range riduce l'energia depositata nel calorimetro di un fattore 2 (solo la radiazione emessa in una metà dell'angolo solido è raccolta). Il diverso valore di W_{ph} tra i due tipi di particelle implica che la luce corrispondente ad eventi indotti da fotoni della stessa energia delle particelle α sia maggiore di un fattore 1.2 (diversa è la quantità di luce a parità di deposito di energia), come si ottiene dal rapporto di $W^{e}_{ph}/W^{\alpha}_{ph}$, relativo rispettivamente agli elettroni ed alle α. Combinando questi fattori,

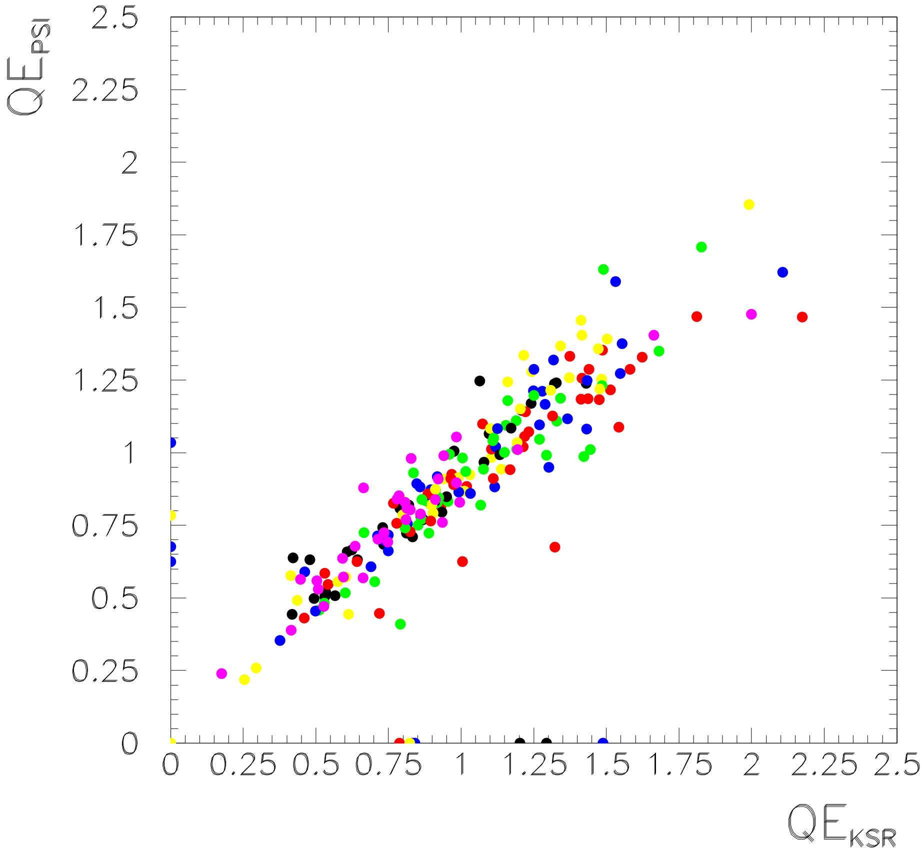


Figura 6.7: Confronto tra le QE misurate durante la prova in Svizzera (PSI) ed in Giappone (KSR).

1830 unità ADC corrispondono a circa 3.2 MeV, come riportato in Figura 6.8. Lo spettro indicato è relativo ad una sola sorgente, ottenuta mediante una selezione in posizione.

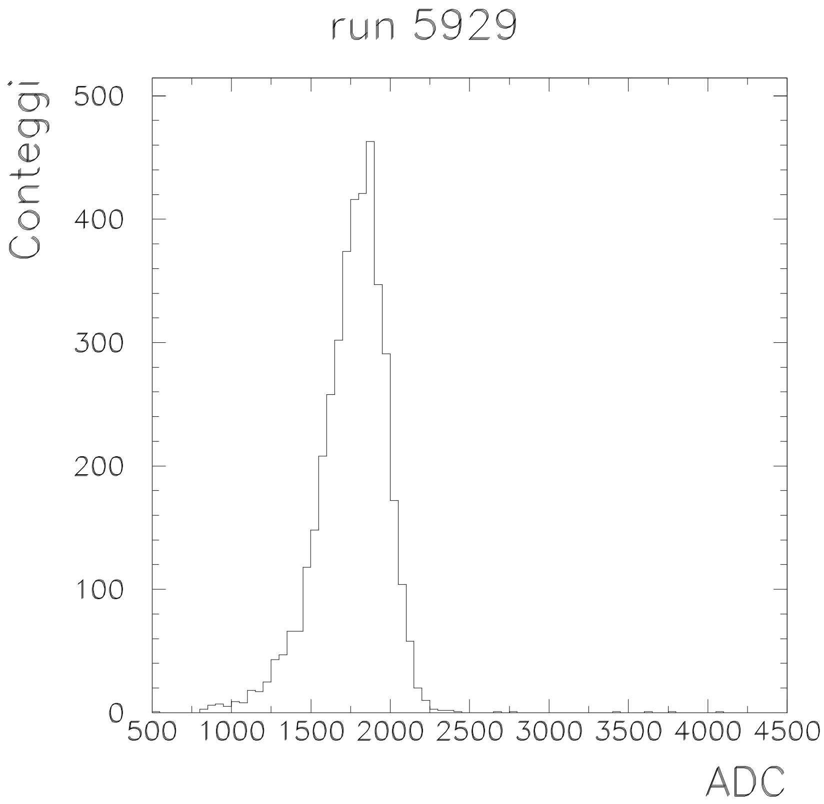


Figura 6.8: Spettro della sorgente α di ^{241}Am, come visto dal Large Prototype.

6.5 Instabilità dei fotomoltiplicatori a basse temperature

Durante il test è stato osservato che la carica misurata dai PMT dipende dall'intensità del fascio. A seconda che il fascio sia acceso o spento, a parità

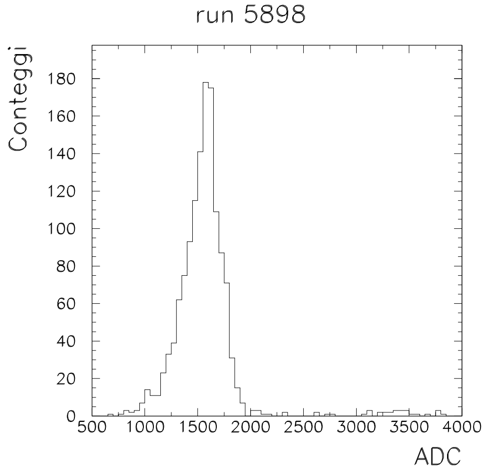


Figura 6.9: Spettro di una sorgente α con fascio acceso.

di deposito di energia delle α, il valore corrispondente in unità ADC cambia, come si ottiene confrontando la Figura 6.8, relativa al fascio spento, con la Figura 6.9, corrispondente al fascio acceso. Il massimo della distribuzione della carica si sposta di circa 300 unità ADC, corrispondente al 16% del valore del massimo della distribuzione. Il fenomeno è presente anche se il fotocatodo è illuminato utilizzando la luce dei LED blu, come segue dalla Figura 6.10. All'istante $t = 0$ s è acceso il fascio e la carica letta decresce gradualmente, riportandosi al valore iniziale soltanto spegnendo il fascio ($t = 600$ s, come mostrato in Figura 6.10). Il fenomeno si ripete riaccendendo il fascio ($t = 1800$ s). In Figura 6.11 è riportato il segnale associato ai fotoni dal decadimento a riposo del π^0, per i quali si manifesta lo stesso fenomeno. Si tratta di un effetto gravissimo, perché la risposta dei PMT decresce in condizioni di corrente anodica media stimate essere migliori rispetto a quelle in esperimento finale. Nel tentativo di riprodurre il segnale indotto dal fascio nel calorimetro, è stata eseguita una misura della carica letta dai PMT in corripondenza del segnale dovuto ad una sorgente α, illuminando contemporaneamente il calorimetro con un LED (detto di affollamento) impulsato a 50 KHz, con un'intensità corrispondente a circa 5 MeV. Il LED simula il segnale indotto dal fascio. In queste condizioni controllate, la corrente anodica I_a e la corrente di base I_b per singolo PMT sono rispettivamente ≈ 0.6 μA e ≈ 70 μA. In Figura 6.12(a) è riportato quanto osservato. E' visibile la variazione della carica; il LED di affollamento è acceso all'istante $t = 0$

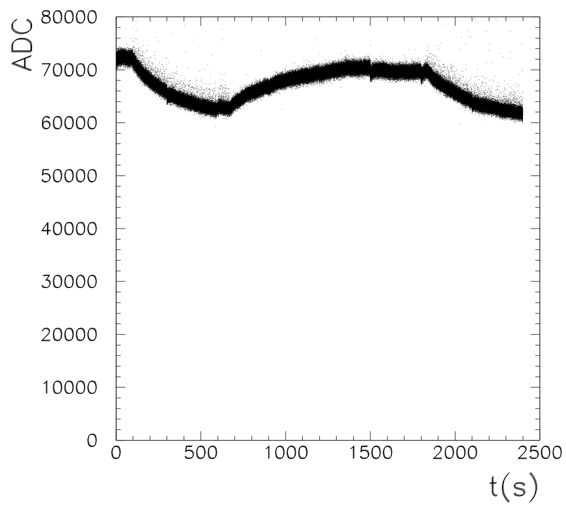


Figura 6.10: Variazione della carica per fascio acceso e spento. Il segnale è indotto dai LED.

s ed è spento a $t = 900$ s. In Figura 6.12(b) è mostrato il risultato dell'interpolazione durante l'affollamento. La funzione di interpolazione f usata è un'esponenziale sommata ad una costante, $f = P1 + P2 \times e^{P3*x}$; dai parametri dell'interpolazione segue che la costante di decadimento $\tau = 1/P3 \approx 5.3$ minuti. In Figura 6.13(a) ed in Figura 6.13(b) sintetizziamo l'analisi relativa allo spostamento del massimo della distribuzione della carica, eseguita per tutti i PMT, sia per i LED sia per le sorgenti α. Poichè la stima delle QE in gas è ottenuta in condizioni di fascio spento, la Figura 6.13(b) suggerisce che è necessario ricalibrare i valori delle QE così misurate, includendo gli effetti del fascio. In Figura 6.14 mostriamo la correlazione tra la riduzione relativa del segnale misurato dai PMT utilizzando le α e i LED.

In conclusione, il valore della carica letta, ottenuta sommando il contributo di tutti i PMT, nelle diverse condizioni di fascio acceso e spento, varia di circa $16 - 18\%$. Questa variazione è indipendente dalla sorgente che induce il segnale nel calorimetro e si osserva per le α, i LED ed i fotoni da ≈ 55 MeV. A causa della gravità del fenomeno, incompatibile con l'ottenimento di una buona e stabile risoluzione in energia del calorimetro, è richiesto uno studio dettagliato del comportamento dei PMT a temperatura prossima a quella dello Xenon liquido ed in condizioni simili a quelle in esperimento.

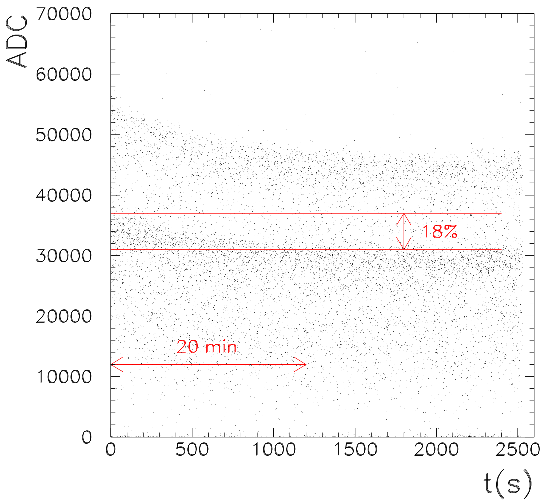
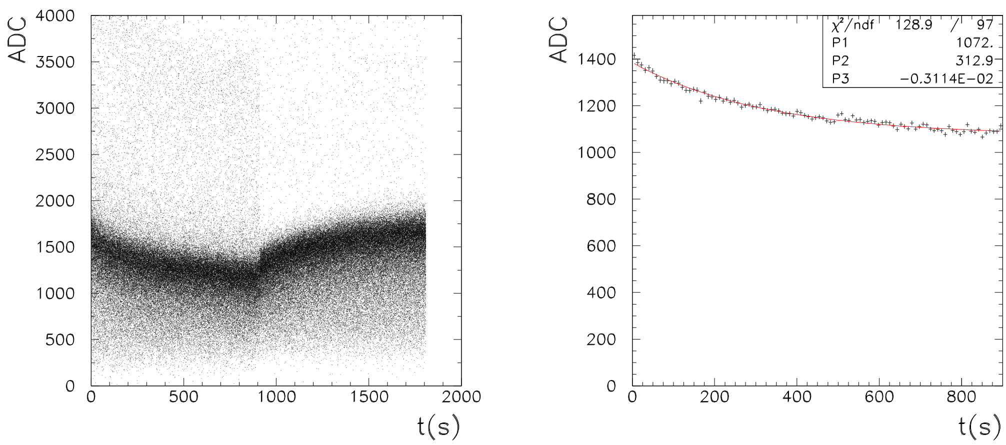


Figura 6.11: Variazione della carica letta dai PMT in fase di accensione del fascio. Il segnale è associato ai fotoni dal decadimento a riposo del π^0.



(a) (b)

Figura 6.12: (a) Segnale dei PMT in funzione del tempo; (b) Fit dei dati in fase di affollamento.

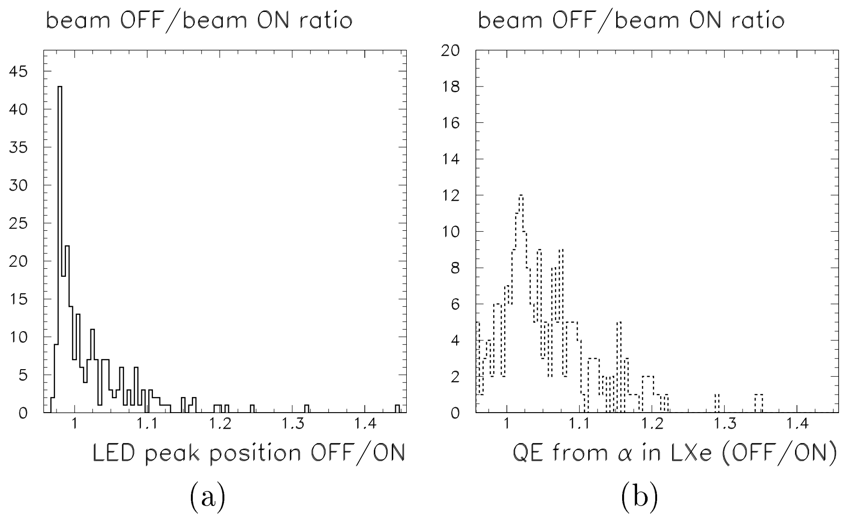


Figura 6.13: (a) Rapporto dei massimi delle distribuzione di carica, relativi ai LED; (b) Rapporto dei massimi delle distribuzioni di carica relativi alle sorgenti α.

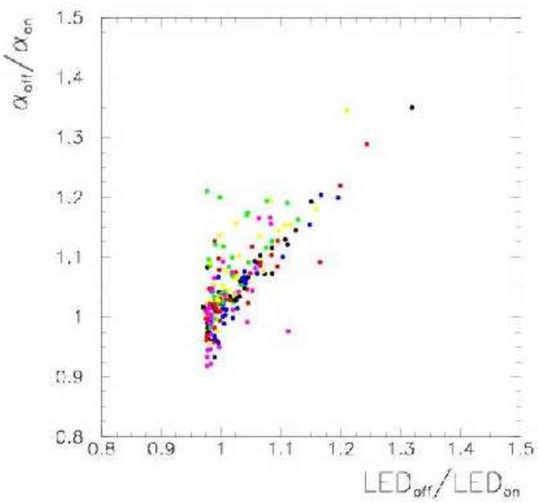


Figura 6.14: Correlazione del rapporto delle distribuzioni dei massimi tra il segnale indotto dalle sorgenti α e quello dei LED, in condizioni di fascio acceso e spento.

Nel capitolo 9 discuteremo i risultati ottenuti.

Capitolo 7

Determinazione della risoluzione in energia del Large Prototype mediante fotoni da 54.9 MeV

L'uso di fotoni da 54.9 MeV permette di studiare la risposta del prototipo di calorimetro a Xenon liquido ad una energia prossima a quella attesa nel processo $\mu^+ \to e^+\gamma$. Discuteremo l'apparato sperimentale, la selezione dei fotoni da 54.9 MeV e la risoluzione in energia ottenuta.

7.1 Misura in coincidenza

La misura in coincidenza di fotoni da reazione di scambio carica di pioni negativi a riposo su protoni è eseguita mediante un rivelatore a scintillazione a moduli di NaI ed il LP. Il primo è costituito da 64 cristalli di NaI(Tl) ($63.5 \times 63.5 \times 406$ mm^3), intercalibrati mediante misure con i raggi cosmici. La lunghezza dei cristalli, equivalente a 15.7 lunghezze di radiazione X_0, è tale da garantire una buona risoluzione in energia fino a 500 MeV [79]. Le pareti laterali di alluminio hanno uno spessore di 19 mm. La parete frontale è costituita da fogli di acciaio spessi 0.5 mm, per ridurre gli effetti dell'assorbimento. Il LP è descritto nel capitolo 6. L'utilità e l'importanza della reazione di scambio carica di pioni negativi su protone, lo spettro dei fotoni dal decadimento a riposo del pione neutro, l'utilizzo di un bersaglio ad

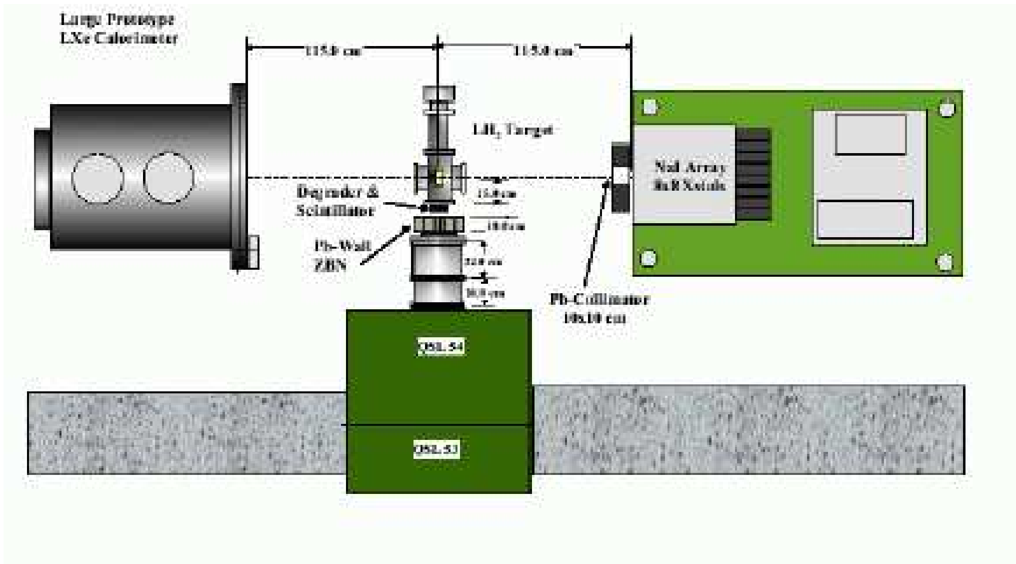


Figura 7.1: Schema della geometria tra il fascio, il bersaglio ed i rivelatori.

idrogeno liquido e la geometria dell'apparato sono stati presentati in dettaglio nel capitolo 5. I rivelatori e la geometria usata sono riportati in Figura 7.1. Lo scintillatore plastico S1, situato davanti al bersaglio ad idrogeno liquido, registra il passaggio dei π^- e degli e^-. I due rivelatori per fotoni sono disposti lungo una retta perpendicolare al fascio. Due collimatori di piombo montati davanti alle facce d'ingresso dei rivelatori, di spessore ≈ 10 cm, definiscono due finestre di area $\approx 10 \times 10$ cm^2. Le distanze dei due collimatori dal centro del bersaglio sono rispettivamente 89 cm e 94 cm. Solo una frazione dello spettro piatto in energia dei fotoni da reazione di scambio carica è selezionata. In particolare la selezione determinata dall'accettanza angolare (pari a $\approx 2 \times 10^{-5}$) corrisponde a $\Delta E/E \approx 1\%$ per $E = 54.9$ MeV. In questo senso si può affermare che i fotoni usati per la calibrazione sono quasi monocromatici.

7.1.1 Raccolta dei dati

Il trigger è definito dalla coincidenza dei segnali dei tre rivelatori: S1, NaI e LP. Per l'NaI la discriminazione è definita dai quattro scintillatori centrali in OR. Per il LP sono state adottate diverse configurazioni di trigger: quattro PMT centrali sulla faccia d'ingresso in AND; quattro PMT centrali sulla faccia d'ingresso (in AND) e quattro PMT centrali sulla faccia d'uscita (in AND) connessi in OR; otto PMT sulla faccia d'ingresso (di cui quattro centrali) in AND e quattro PMT sulla faccia d'uscita in AND connessi in OR. Il segnale di radio-frequenza non è mai incluso nella selezione degli eventi; è registrato in un canale TDC ed usato nell'analisi. Ogni run di dati di π^0 (indicheremo così le misure associate ai fotoni da 54.9 MeV) è preceduta, nell'ordine, dalla registrazione di una misura di piedistallo, di LED e di α. La prima permette di eseguire la sottrazione del fondo nei run di dati (LED, α e π^0); la seconda la determinazione dei guadagni dei PMT; la terza, avendo le α energia nota, il controllo della stabilità dell'apparato. Complessivamente l'acquisizione di questi tre diversi run non supera i dieci minuti. Circa 5000 eventi sono registrati sia per il fondo sia per le α e 30000 per i LED (5000 per ogni intensità di luce; sei in tutto). Al contrario un run di π^0 richiede molte ore a causa del basso numero di conteggi (qualche Hz con il moderatore all'esterno del bersaglio e una decina di Hz con il moderatore montato all'interno dell'isolamento termico a vuoto del bersaglio). Le misure di calibrazione vengono frequentemente ripetute per il controllo della stabilità del sistema.

7.1.2 Selezione dei fotoni da 54.9 MeV

Nell'analisi seguente il metodo usato per la ricostruzione in energia è quello dell'interpolazione lineare (vedi capitolo 4), perché permette di raggiungere una risoluzione in energia migliore rispetto a quella ottenuta mediante il metodo della Q_{sum}, come vedremo direttamente. Nella prima parte presenteremo le selezioni per ottenere il picco a 54.9 MeV; nella seconda le selezioni che permettono di raggiungere una risoluzione in energia prossima a quella valutata mediante il metodo di Monte Carlo.

7.1.3 Parte prima

I fotoni da 54.9 MeV sono stati selezionati come segue:

- richiesta di correlazione tra il segnale della radio-frequenza del ciclotrone ed il segnale associato al tempo di volo dei pioni negativi;

- richiesta di correlazione tra i segnali nei due rivelatori NaI e LXe.

La prima selezione richiedere la correlazione tra il segnale di radio-frequenza del ciclotrone e il segnale indotto in S1, permettendo di eliminare qualsiasi segnale spurio (come piedistallo o elettroni). L'efficacia di una selezione è evidente dalla Figura 7.2. Le bande oblique più marcate sono gli eventi indotti

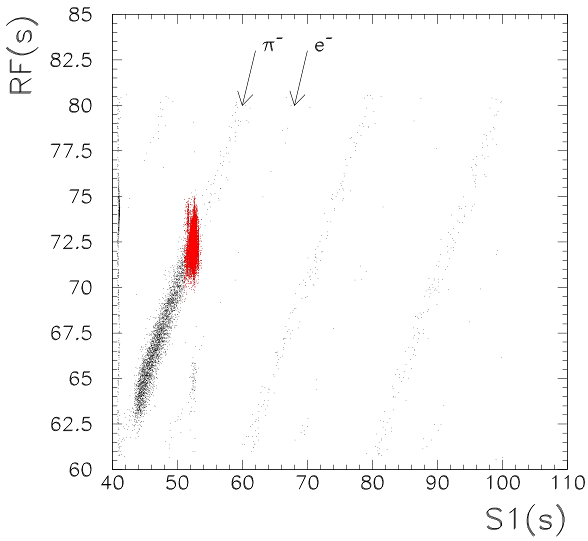


Figura 7.2: Correlazione tra il segnale di radio-frequenza del ciclotrone ed S1.

dai pioni negativi, quelle meno intense dagli elettroni. E' presente anche un intenso segnale indotto da particelle associate al fascio non in fase con la radio-frequenza. Fissato il tipo di particella, il tempo di volo tra il bersaglio di produzione dei pioni negativi e lo scintillatore S1 è costante come si può verificare dalla pendenza delle bande in Figura 7.2. La separazione tra gli eventi dei pioni negativi e quelli degli elettroni è di circa 8.8 ns, come atteso scegliendo il valore magico dell'impulso di pioni negativi, che massimizza la separazione tra i due segnali.
In Figura 7.3 riportiamo il segnale del prototipo in funzione di quello associato allo Ioduro. E' presentata solo la regione in energia di nostro interesse. Sono ben visibili le due zone fortemente correlate, corrispondenti ai due massimi in energia a 54.9 MeV e 83 MeV. Le proiezioni degli spettri associati ai due rivelatori sono presentate in Figura 7.4(a) e Figura 7.4(b). Il fondo a bassa energia presente nello spettro del prototipo, che si estende fino alla

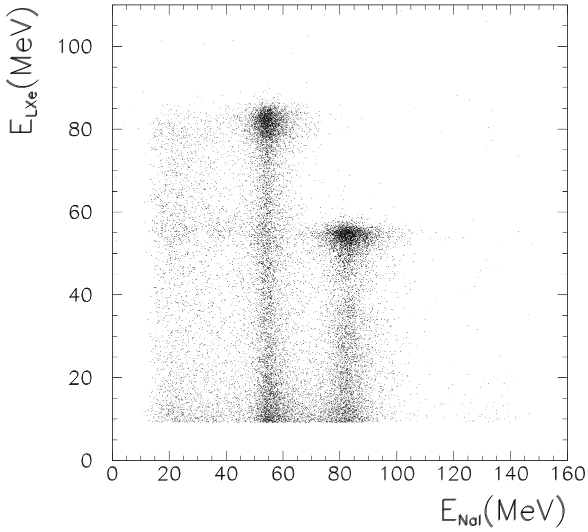
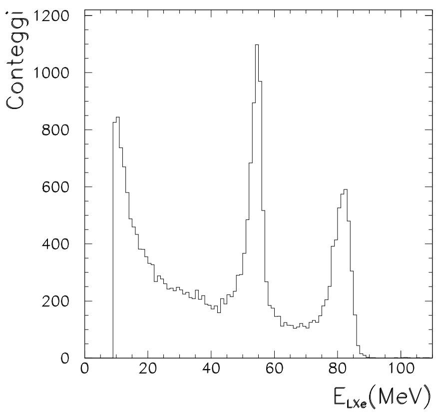
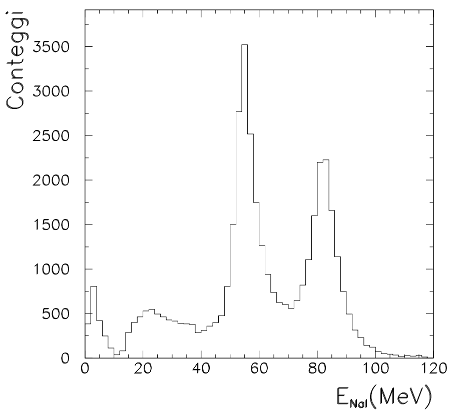


Figura 7.3: Correlazione tra l'energia depositata nello Ioduro e nel Large Prototype.



(*a*)



(*b*)

Figura 7.4: Spettro dell'energia depositata nel Large Prototype in (a) e nello Ioduro di Sodio in (b).

regione di interesse, può essere ridotto richiedendo che il segnale relativo ai PMT della parete d'uscita, opposta a quella d'ingresso dei fotoni, sia al di sopra di una certa soglia. In Figura 7.5 riportiamo l'andamento della carica totale misurata dai PMT della parete d'uscita Q_B in funzione del segnale determinato mediante tutti i PMT e da qui fissiamo la selezione $Q_B > 1200$ unità ADC. La Figura 7.6 evidenzia la qualità della selezione con l'eliminazione quasi completa del fondo a bassa energia. La variabile Z_{fit}, calcolata mediante il fit dell'ampiezza (capitolo 4), indica la profondità lungo la direzione z, perpendicolare alla faccia d'ingresso; vale 25 cm sulla parete d'ingresso e -25 cm su quella d'uscita. La risoluzione in energia (FWHM) ottenuta applicando queste tre selezioni è $\Delta E/E = 7.50 \pm 0.25\%$, come mostrato in Figura 7.7. La funzione di interpolazione scelta è:

$$f(x) = \begin{cases} Ce^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} & x > \mu \\ Ce^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{s(x-\mu)})^2} & x \leq \mu \end{cases} \tag{7.1}$$

dove $s(x-\mu)$ è così definito:

$$s(x-\mu) = \sigma + s_1(x-\mu) + s_2(x-\mu)^2 \tag{7.2}$$

Lo sviluppo lineare di s in funzione di $(x-\mu)$ permette di descrivere l'andamento meno ripido della distribuzione in energia per valori di x minori della media μ. Questa risoluzione in energia è data con un'efficienza che possiamo assumere essere circa il 100%, se ammettiamo di trascure la perdita dei pochi eventi dovuta alla selezione in Q_B. Si può verificare direttamente che, la risoluzione in energia, calcolata mediante il metodo di interpolazione lineare, è migliore rispetto a quella ottenuta mediante la Q_{sum}, confrontando la Figura 7.7 con la Figura 7.8. A parità di selezioni, il metodo della Q_{sum} permette di raggiungere una risoluzione di solo $\Delta E/E = 10.7 \pm 0.3\%$.

7.1.4 Parte seconda

La risoluzione di $\Delta E/E = 7.50 \pm 0.25\%$ non permette di raggiungere la sensibilità di singolo evento del decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$, al livello di circa $B \approx 10^{-13}$, come richiesto in questo esperimento. E' necessario migliorare ulteriormente il risultato ottenuto. In questa sezione presenteremo i risultati ricavati combinando due diverse selezioni:

- regioni di piccolo raggio;

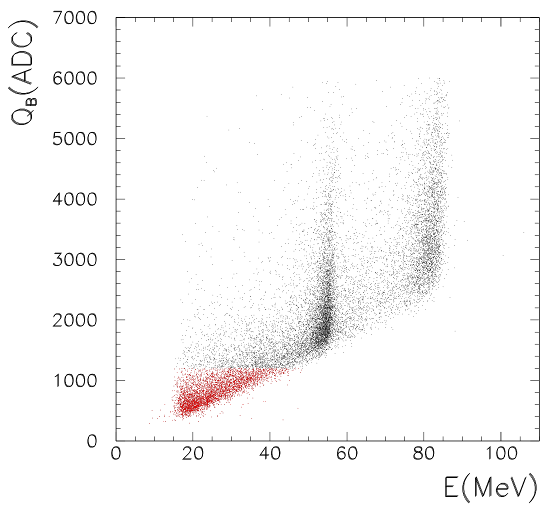


Figura 7.5: Carica misurata dai PMT della parete d'uscita Q_B (ADC) in funzione dell'energia totale (MeV) nel Large Prototype.

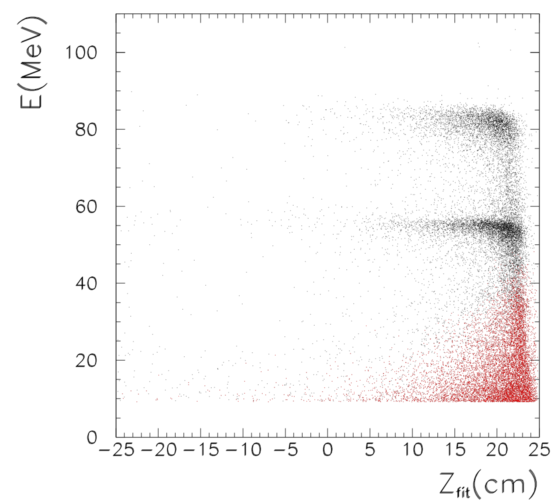


Figura 7.6: Energia totale (MeV) in funzione della posizione ricostruita Z_{fit} (cm).

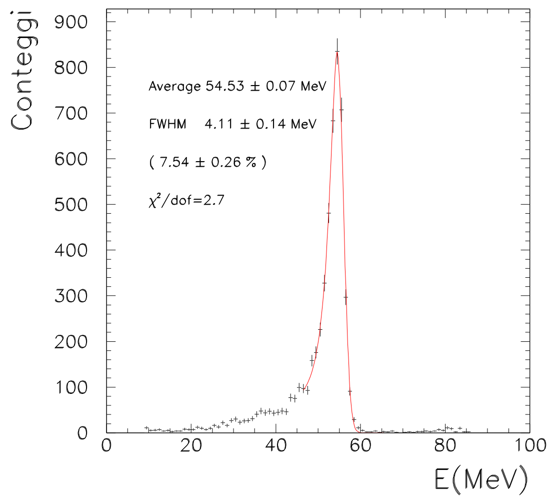


Figura 7.7: Risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E\%$ relativa al Large Prototype, applicando il metodo di interpolazione lineare.

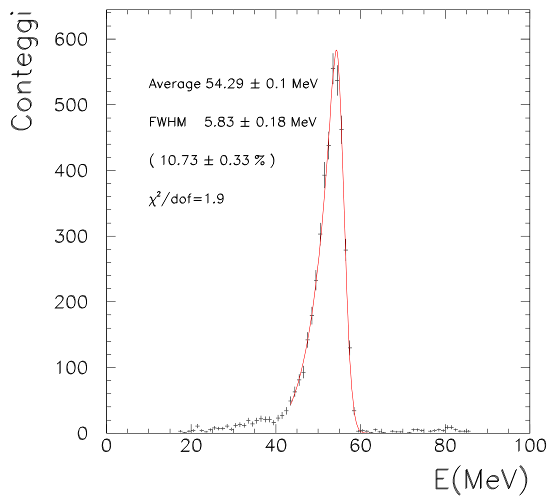
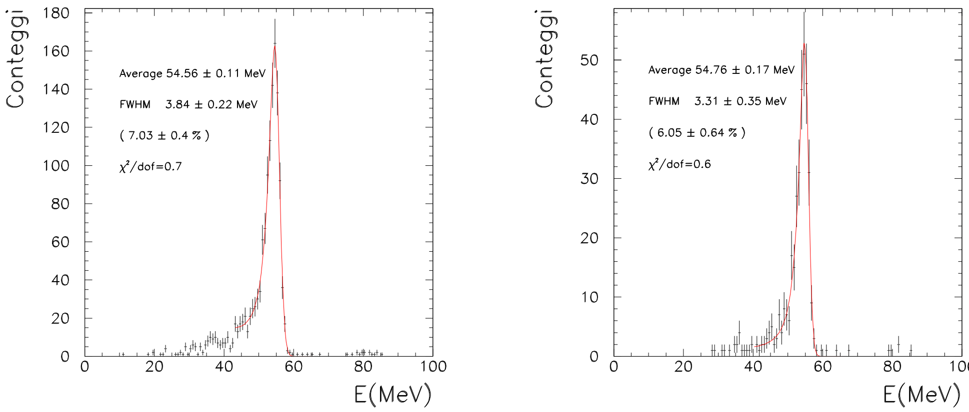


Figura 7.8: Risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E\%$ relativa al Large Prototype, applicando il metodo della Q_{sum}.



(a) (b)

Figura 7.9: Risoluzione in energia ottenuta per R=3 cm in (a) ed R=1.5 cm in (b).

- distanza tra il 'baricentro' del deposito di energia e la parete d'ingresso del fotone.

Calcoliamo la risoluzione in energia selezionando regioni di piccolo raggio, rispettivamente richiedendo $R = \sqrt{(x^2 + y^2)} < 3$ cm e $R = \sqrt{(x^2 + y^2)} < 1.5$ cm. L'origine del sistema di coordinate (x,y,z) coincide con il centro del prototipo, avendo la direzione z perpendicolare alla faccia d'ingresso del calorimetro. In Figura 7.9(a) e (b) riportiamo le risoluzioni ottenute rispettivamente per $R < 3$ cm ed $R < 1.5$ cm. La risoluzione in energia è $\Delta E/E = 7.0{\pm}0.4\%$ nel primo caso e $\Delta E/E = 6.0{\pm}0.6\%$ del secondo. I materiali sulla faccia d'ingresso sono stati scelti affinché lo spessore attraversato dai fotoni, in unità di lunghezze di radiazione X_0, sia lo stesso, indipendentemente dal punto d'ingresso. In Figura 7.10 e nelle Tabelle 7.1 e 7.2 sono riportati i materiali presenti sulla faccia d'ingresso del Large Prototype insieme agli spessori ed alla composizione chimica . I percorsi A e B indicati in Figura 7.10 sono entrambi pari a 0.24 X_0. Questo rende il rivelatore uniforme in termini di perdita di energia per radiazione. Tuttavia durante la fase di riempimento del calorimetro, parte dello Xe ha riempito lo spazio tra la struttura di supporto dei PMT e le pareti interne del rivelatore. La presenza di Xe allarga la distribuzione dell'energia ricostruita dei fotoni corrispondente a 54.9 MeV,

Numero	Materiale	X (mm)	X_0 cm	X/X_0
1	Finestra di Alluminio	0.1	8.9	0.001
2	Vuoto	-	-	
3	SUS struttura a nido d'ape	20	-	0.039
4	Copertura acrilica	16	34.7	0.046
5	Vetro, PMT	0.916	12.6	0.074
6	G10, Base PMT	2	18.5	0.011
7	SUS, Corpo PMT	30	1.75	1.714
8	Finestra di quarzo	3	12.3	0.024
9	Xenon liquido	-	2.87	-
10	SUS, Dinodi con canale metallico	12×0.0126	1.76	0.086
11	G10, Supporto PMT	29	18.5	0.157

Tabella 7.1: Materiali presenti e spessori sulla faccia d'ingresso del Large Prototype.

Composizione	Densità(g/cm^3)
Al	2.7
SUS, Fe:Cr:Ni=74:18:8 (in peso)	7.93
Acrilico, C:H:O=5:8:2 (in atomi)	1.16
Vetro, O:Si:B:Na=0.538:0.388:0.037:0.037 (in peso)	2.23
G10, C:H:O:Si=0.308:0.028:0.384:0.280 (in peso)	1.7
Quarzo, Si:O=1:2 (in atomi)	2.2

Tabella 7.2: Composizione chimica e densità dei materiali presenti sulla faccia d'ingresso del Large Prototype.

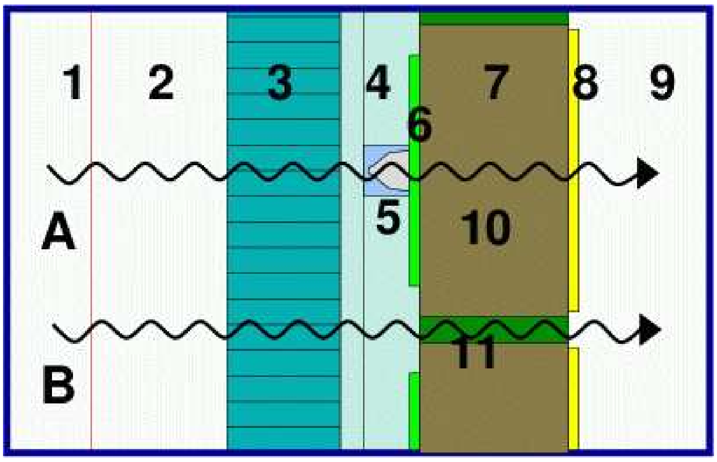


Figura 7.10: Materiali sulla faccia d'ingresso del rivelatore.

perché maggiore è la probabilità che il fotone interagisca fuori dal volume fiduciale dello Xenon. Lo spessore di Xenon stimato è di circa 0.8 cm, equivalente ad un cammino di circa 0.28 X_0. La presenza dello Xe, solo davanti ai PMT, introduce una disuniformità in termini della perdita di energia per radiazione. Tuttavia ciò non basta a giustificare la migliore risoluzione in energia ottenuta selezionando una piccola regione del rivelatore. Sono richiesti ulteriori studi per una migliore comprensione di questi risultati.
La selezione relativa alla distanza parete-baricentro del deposito di energia è collegato allo sviluppo dello sciame (vedi capitolo 4). Ricordiamo che il deposito di energia dei fotoni all'interno del calorimetro interessa una regione spaziale estesa. Ciò che viene misurato è la media di questa distribuzione, che chiamiamo 'baricentro' del deposito di energia dello sciame. Statisticamente, per fotoni con energia di circa 55 MeV, questo baricentro è ricostruito ad una distanza di circa 3 cm dal punto di conversione del fotone primario. Eventi, con baricentro entro i primi 3 cm dalla parete, sono da attribuire a fotoni che hanno rilasciato parte della loro energia prima di raggiungere il volume sensibile del rivelatore. Lo sviluppo dello sciame di questi fotoni risulta perciò non completamente contenuto nel calorimetro.
Fissato il raggio R, riportiamo la dipendenza della risoluzione in energia al variare di D. Questa variabile indica la distanza tra il baricentro del deposito di energia e la parete d'ingresso, al di sotto della quale gli eventi sono rigettati. Questo tipo di selezione riduce l'efficienza ϵ del metodo di ricostruzione,

così per ogni valore di D diamo anche la ϵ, normalizzando ad uno gli spettri in energia in cui è fissato il raggio e non è applicata nessuna selezione in profondità (Tabella 7.3 e 7.4). In Figura 7.11 ed in Figura 7.12 riportiamo i risultati ottenuti rispettivamente per $R < 3$ cm ed $R < 1.5$ cm. In entrambi i casi si osserva che la risoluzione in energia, entro i limiti dell'errore, non migliora per valori di D al di sopra di 3.5 cm. Fissato il raggio $R < 3$ cm ed $R < 1.5$ cm e richiesta un'efficienza di circa il 70%, i migliori risultati sono quelli ottenuti per D=3.5 cm e riportati in Figura 7.13, per i quali si ha rispettivamente $\Delta E(FWHM)/E \approx 6.0 \pm 0.4\%$ e $\Delta E(FWHM)/E \approx 5.1 \pm 0.6\%$.

Fino ad ora abbiamo studiato solo gli eventi nei cerchi $R < 3$ cm ed $R < 1.5$ cm, con centro coincidente con quello della faccia d'ingresso del rivelatore. Fissata la selezione in raggio ed in profondità, la risoluzione dipende dalla posizione del centro del cerchio? Suddividiamo la regione centrale della faccia d'ingresso del prototipo (9×9 cm^2, si sovrappone all'area coperta dai quattro PMT centrali) in nove settori 3×3. In ciascuno di questi valutiamo la risoluzione in energia, selezionando la regione $R < 1.5$ cm inscritta in essi e D=3.5 cm. In Figura 7.14 indichiamo i nove settori ed in Tabella 7.5 riportiamo i risultati. La risoluzione in energia non dipende dalla regione selezionata. Al contrario la media della distribuzione in energia dipende da questa scelta (Tabella 7.6).

Poichè la simulazione con il metodo Monte Carlo non prevede un tale comportamento, si può assumere che questi risultati siano un indizio di una non ottimale calibrazione dell'apparato.

Quindi il suggerimento importante è la necessità di calibrare e controllare frequentemente la stabilità del rivelatore finale, se si vuole raggiungere la risoluzione in energia prefissata.

In conclusione la risoluzione ottenuta non è ancora quella che ci si propone di raggiungere, poichè misurata in condizioni non ottimali. D'altra parte i risultati presentati, mediante le diverse selezioni, ci permettono di essere confidenti sull'ottenimento di una risoluzione di $\Delta E/E \approx 4\%$, in condizioni controllate.

E' utile osservare che valori di $\Delta E/E \leq 5\%$ per $E \approx 52$ MeV (l'energia del fotone dal decadimento $\mu \to e\gamma$) sono consistenti con l'estrapolazione dalle risoluzioni misurate per valori di energia minori. La risoluzione in energia di un calorimetro omogeneo, come lo Xe liquido, è descritta, con buona approssimazione, dalla relazione:

$$\frac{\Delta(E)}{E} = a + \frac{b}{E^{1/2}} \tag{7.3}$$

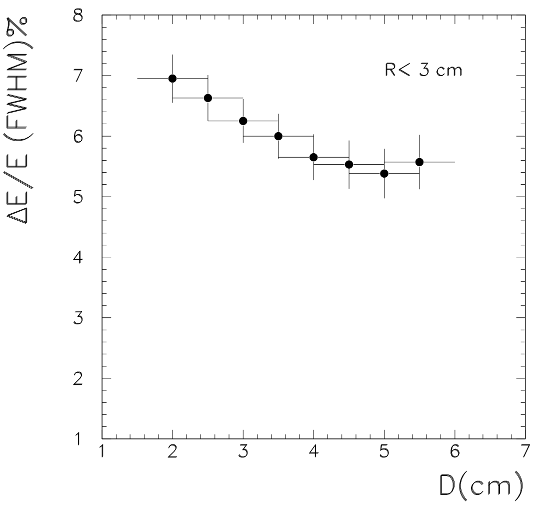


Figura 7.11: Dipendenza della risoluzione in energia $\Delta(FWHM)E/E\%$ in funzione della selezione relativa alla distanza degli eventi dalla parete d'ingresso, per $R < 3$ cm.

D (cm)	$\Delta E(FWHM)/E\%$	$\epsilon(\%)$
2	6.9 ± 0.4	95
2.5	6.6 ± 0.4	88
3	6.2 ± 0.4	77
3.5	6.0 ± 0.4	66
4	5.6 ± 0.4	57
4.5	5.5 ± 0.4	50
5	5.4 ± 0.4	43
5.5	5.6 ± 0.4	37

Tabella 7.3: Risoluzione in energia in funzione della profondità (D), e relativa efficienza della selezione, fissato $R < 3$ cm.

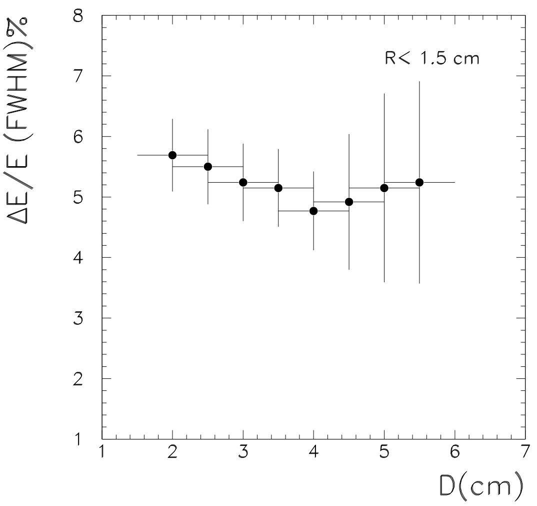
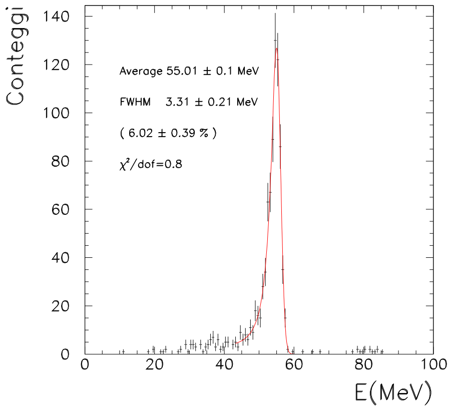


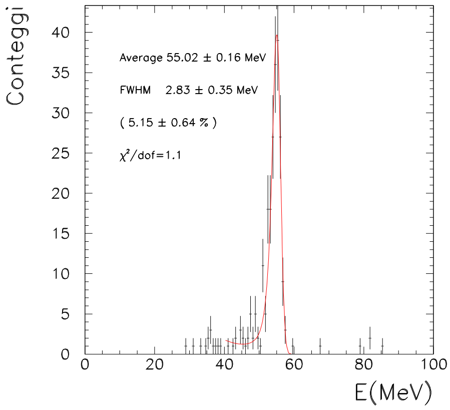
Figura 7.12: Dipendenza della risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E\%$ in funzione del taglio relativo alla distanza degli eventi dalla parete d'ingresso, per $R < 1.5$ cm.

D (cm)	$\Delta E(FWHM)/E\%$	$\epsilon(\%)$
2	5.7 ± 0.6	92.5
2.5	5.5 ± 0.6	85
3	5.2 ± 0.6	75
3.5	5.1 ± 0.6	66
4	4.8 ± 0.6	57
4.5	4.9 ± 1.2	50
5	5.1 ± 1.6	43
5.5	5.2 ± 1.7	38

Tabella 7.4: Risoluzione in energia, in funzione della profondità D, e relativa efficienza del taglio, fissato $R < 1.5$ cm.



(a)



(b)

Figura 7.13: Risoluzione in energia ottenuta per R=3 cm in (a) ed R=1.5 cm in (b) selezionando D=3.5 cm.

5.7 ± 0.9	5.4 ± 0.8	4.8 ± 0.8
6.8 ± 0.8	5.1 ± 0.6	5.3 ± 0.9
6.0 ± 0.9	7.3 ± 1.7	5.0 ± 1.0

Tabella 7.5: Dipendenza della risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E\%$ per $R < 1.5$ cm e D=3.5 cm, al variare della posizione sui quattro PMT centrali.

55.0 ± 0.2	55.3 ± 0.2	55.2 ± 0.2
54.2 ± 0.2	55.0 ± 0.2	55.2 ± 0.2
54.2 ± 0.2	54.0 ± 0.3	54.1 ± 0.3

Tabella 7.6: Dipendenza della media della distribuzione in energia (MeV) per $R < 1.5$ cm e D=3.5 cm, al variare della posizione sui quattro PMT centrali.

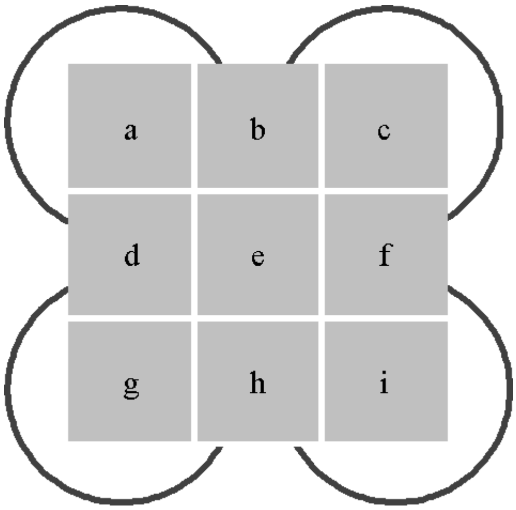


Figura 7.14: Regioni selezionate sulla faccia d'ingresso, 3×3 cm^2.

In Figura 7.15 sono riportati i risultati sperimentali che descrivono la risoluzione in energia dello scintillatore a Xe liquido in funzione del numero di fotoelettroni. Le due rette definiscono la relazione di proporzionalità inversa tra la risoluzione in energia e l'inverso della radice quadrata del numero di fotoelettroni. Le misure sono state eseguite usando particelle α e raggi γ [30]. I punti sperimentali si sovrappongono alle due rette e confermano l' andamento dato dalla (7.3). Sulla base di questo grafico è possibile stimare la risoluzione in energia per fotoni da 52 MeV. Se assumiamo un' efficienza quantica dei fotomoltiplicatori pari $QE = 10\%$, un' efficienza della raccolta di luce del 30% ed $W_{ph} = 24$ eV, il numero di fotoelettroni stimato è $(50 \times 10^6/24) \times 0.3 \times 0.1 = 6.25 \times 10^4$. Per tale valore del numero di fotoelettroni dalla Figura 7.15 si estrapola una risoluzione in energia che varia tra il $3\% - 5\%$ FWHM. Ciò è consistente con le simulazioni e l'analisi preliminare della risoluzione misurata.

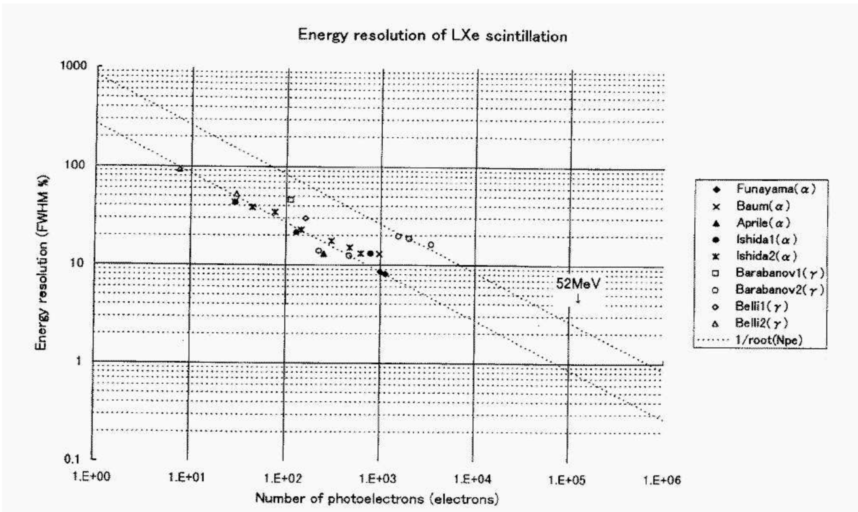


Figura 7.15: Relazione tra la risoluzione in energia (FWHM) ed il numero stimato di fotoelettroni ottenuto per particelle α e raggi γ [30].

Capitolo 8

Cattura di neutroni prodotti da una sorgente di ^{241}Am/Be

Insieme al fondo fisico e accidentale discusso nel capitolo 1 è necessario considerare anche quello presente nell'area sperimentale. Il fascio induce fondi di fotoni e neutroni. Il fondo dei neutroni è particolarmente importante perchè più difficile da schermare. I neutroni possono attivare i materiali costituenti il sistema di rivelazione o essere catturati da essi, producendo fotoni 'prompt' da diseccitazione. Una misura del flusso di neutroni presenti nell'area sperimentale $\pi E5$, dove sarà montato l'esperimento MEG, è stata eseguita in passato [80]. I neutroni termici possono essere catturati dallo Xe del calorimetro. Per studiare il segnale associato a tale processo è stato misurato lo spettro di fotoni da cattura di neutroni su Xe, utilizzando una sorgente di ^{241}Am/Be.

8.1 Cattura di neutroni dalla sorgente di ^{241}Am/Be

L'^{241}Am/Be è comunemente usato come sorgente di neutroni con energia di qualche MeV. Particelle α dal decadimento dell'^{241}Am inducono reazioni (α, n) su ^{9}Be secondo lo schema:

$$\alpha +^9 Be \rightarrow^{13} C^* \rightarrow \begin{cases} ^{12}C^{(*)} + n \\ ^8Be + \alpha + n \\ 3\alpha + n \end{cases} \tag{8.1}$$

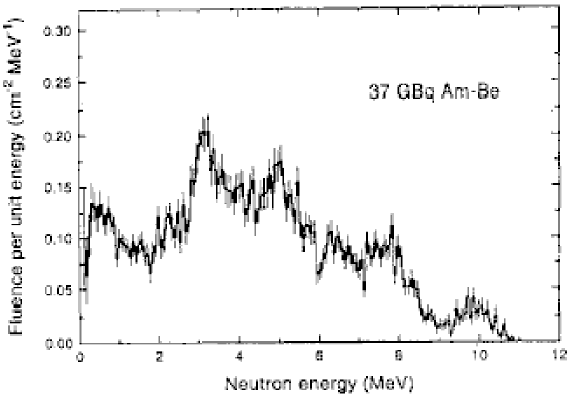


Figura 8.1: Spettro di neutroni da sorgente di ^{241}Am/Be [81].

dove il simbolo $^{12}C^{(*)}$ indica i possibili stati finali del Carbonio, comprendendo in questi sia il livello fondamentale che quelli eccitati. La reazione dominante è la formazione di $^{12}C^{(*)}$ nello stato fondamentale o nel primo stato eccitato. Poichè i neutroni possono essere prodotti mediante processi a due o più corpi nello stato finale, ci si aspetta teoricamente che ad un'energia fissata delle α corrisponda uno spettro di neutroni associato alle diverse righe di transizione del Carbonio, sovrapposto ad uno spettro continuo. Ciò che si misura è uno spettro complesso come riportato in Figura 8.1, ottenuto da una sorgente di ^{241}Am/Be con un'attività di 37 GBq, mediante una misura ad elevata risoluzione [81]. Lo spettro copre l'intervallo in energia compreso tra 0 e 10 MeV. Perchè si osservino fotoni da cattura di neutroni su Xe è necessario termalizzare quest'ultimi. Un blocco di paraffina (CH_2) di spessore 5 cm è stato posto tra la sorgente di ^{241}Am/Be da 2 KBq ed il rivelatore di Xe liquido. I neutroni subiscono diffusione elastica su carbonio e idrogeno. E' la diffusione elastica su idrogeno che principalmente favorisce la perdita di energia dei neutroni, come segue dalla relazione:

$$\frac{E'}{E} = \frac{A^2 + 1 + 2Acos\theta_{cm}}{(A+1)^2} \tag{8.2}$$

dove $E^{'}$ ed E sono rispettivamente l'energia del neutrone dopo e prima l'urto, A il numero di massa del nucleo considerato e θ_{cm} l'angolo di diffusione nel sistema di riferimento del centro di massa. Per A=1 e $cos\theta_{cm} = -1$ il neutrone trasferisce tutta la sua energia al bersaglio. La grandezza comunemente usata per descrivere la perdita di energia di neutroni nella materia è la letargia, definita dalla relazione $\xi = \ln E/E^{'}$. Si può verificare direttamente, facendo il logaritmo dell'inversa della (8.2) e mediando su tutto l'angolo solido, che il numero di urti medio necessario perchè un neutrone da un'energia E raggiunga un'energia $E^{'}$ è dato dalla seguente:

$$n = \frac{1}{< \xi >} ln \frac{E}{E^{'}} \tag{8.3}$$

dove n è il numero di urti e $< \xi >$ è la letargia mediata su tutto l'angolo solido, in formula data dalla:

$$< \xi >= 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} ln \frac{A-1}{A+1} \tag{8.4}$$

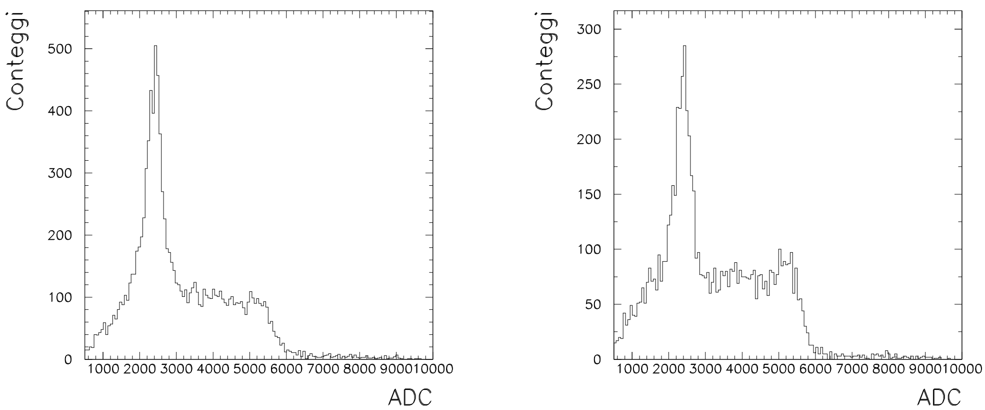
La sezione d'urto e la letargia media per neutroni da 10 MeV su paraffina, calcolando quest'ultima per $E = 10$ MeV ed $E^{'} = 1/40$ eV, sono rispettivamente $\sigma = 20$ barn e $< \xi > \approx 0.9$, quest'ultima calcolata usando un'espressione utile per i composti:

$$< \xi >= \frac{\sum_i n_i \xi_i \sigma_i}{\sum_i \sigma_i} \tag{8.5}$$

dove n_i indica il numero di atomi presenti nel composto e σ_i (per i che va da 1 a 2) le sezioni d'urto elastiche per il C e l'H_2, rispettivamente pari a 4.75 barn e 20.47 barn. Il cammino libero medio atteso è di circa 7.8 cm ed il numero di collisioni medie necessarie per termalizzare i neutroni da qualche MeV è $n \approx 22$. Solo una frazione di neutroni sarà termalizzata dallo spessore di paraffina di 5 cm. In Tabella 8.1 diamo le sezioni d'urto di cattura di neutroni termici σ^0 e l'energia totale dei fotoni seguenti la diseccitazione, per materiali presenti nel rivelatore. La cattura su Xe è favorita ed il massimo di energia E_γ ad esso associato è 9.3 MeV (corrispondente all'isotopo ^{129}Xe che costituisce il 26.4% della composizione naturale di Xe). In Figura 8.2 riportiamo i risultati ottenuti senza la paraffina e inserendo essa. Il massimo dei fotoni da 9.3 MeV è visibile solo nel secondo caso. Il massimo ad energia più bassa, presente in entrambi gli spettri, è dovuto ai fotoni da 4.43 MeV. Dal diagramma delle transizioni nucleari allo stato fondamentale del ^{12}C, seguenti la reazione $^{9}Be(\alpha, n)^{12}C^{*}$, si ha che $\approx 60\%$ dei neutroni emessi sono accompagnati dall'emissione di fotoni da 4.43 MeV. Lo spettro (b) in Figura 8.2 evidenzia che solo una piccola parte dei neutroni emessi è termalizzata, come atteso. Il cammino libero medio per cattura di neutroni termici

Materiale	σ^0 $(barn)$	E_γ (MeV)
Xe	24	9.3
Fe	2.6	7.6
Al	0.23	7.7
H	0.33	2.2

Tabella 8.1: Sezioni d'urto di cattura di neutroni termici ed energia totale dei fotoni emessi per diseccitazione, per i materiali presenti nel rivelatore.



(a) (b)

Figura 8.2: Spettro della sorgente di ^{241}Am/Be in unità ADC. In (a) senza paraffina, in (b) inserendo essa tra la sorgente ed il rivelatore.

è 3 cm, come si calcola tenendo conto della σ^0 e della densità dello Xenon. In Figura 8.3 riportiamo la carica misurata in funzione della profondità di penetrazione Z_{fit}(cm). Il segnale attribuito ai neutroni termalizzati e catturati interessa i primi 10 centimetri del rivelatore. Per eseguire la misura dello spettro della sorgente di ^{241}Am/Be è stato necessario modificare la soglia del trigger, per eliminare il segnale indotto dalle α, emesse dalle quattro sorgenti di calibrazione di ^{241}Am (da 10 KBq) poste all'interno del rivelatore. Senza la variazione della soglia, il segnale indotto dalle particelle α da ^{241}Am affolla completamente l'acquisizione dei dati, come si può vedere in Figura 8.4 (a). Il massimo è dovuto unicamente alle sorgenti α, come si può verificare eseguendo una selezione in posizione (le sorgenti hanno posizione nota). Per completezza riportiamo una tipica misura di α in Figura 8.4 (b). I massimi relativi ai due grafici considerati sono perfettamente corrispondenti. Il diverso profilo dello spettro è legato unicamente ad una diversa configurazione di trigger, che registra nei run di calibrazione segnali a bassa energia.
In conclusione la cattura di neutroni termici è un processo da considerare, nella trattazione dei possibili fondi, in vista dell'esperimento finale. Ricordiamo il valore del flusso dei neutroni termici da noi misurato e risultato pari a $16 \pm 4\ n\ cm^{-1}s^{-1}$ [80].

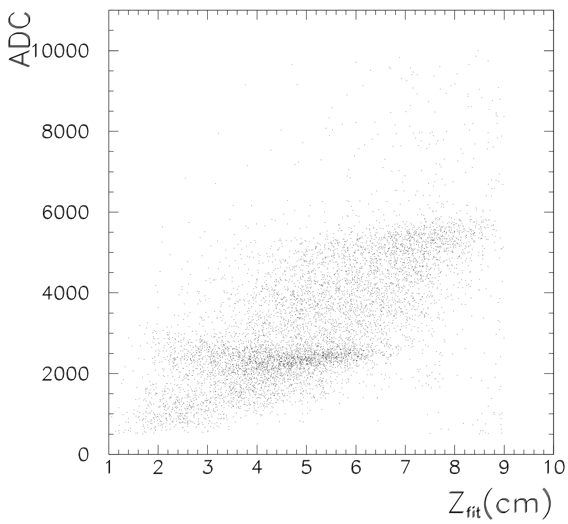
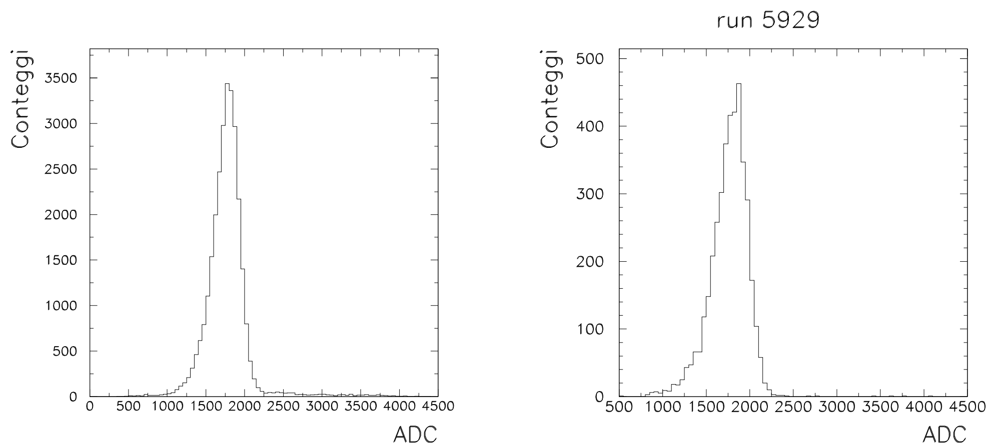


Figura 8.3: Carica fornita dai PMT in funzione della profondità di penetrazione Z_{fit}(cm).



(a) (b)

Figura 8.4: Spettro ottenuto illuminando il rivelatore mediante quattro sorgenti di ^{241}Am e una sorgente di ^{241}Am/Be in (a); utilizzando solo l'^{241}Am in (b).

Capitolo 9

Studio dei fotomoltiplicatori a bassa temperatura

La rivelazione della luce di scintillazione dello Xenon liquido, indotta da radiazione ionizzante, richiede l'uso dei PMT in un intervallo di temperature in cui il loro funzionamento non è garantito dai costruttori (inferiore a -30^0 C, mentre il punto di fusione dello Xenon è alla temperatura T= -108^0 C). In particolare i fotocatodi bialcalini (es. Sb-Rb-Cs), caratterizzati da un'elevata efficienza quantica ed una bassa corrente nera, manifestano un forte aumento della resistività elettrica al diminuire della temperatura. La realizzazione di rivelatori di radiazione ionizzante ad alta efficienza e bassa tamperatura richiede lo studio delle proprietà di diversi tipi di PMT utilizzati in tali condizioni.

9.1 Motivazioni

A causa della natura stessa del processo di fotoemissione ed emissione secondaria, le caratteristiche dei PMT sono sensibili alle variazioni in temperatura. In particolare diminuendo la temperatura, ci si attende una riduzione della corrente nera, una variazione della risposta spettrale del fotocatodo ed un aumento della sua resistività. A questo possono aggiungersi variazioni di guadagno legate al processo di emissione secondaria. In particolare l'aumento della resistività elettrica costituisce uno dei principali limiti della funzionalità di PMT con fotocatodi bialcalini a basse temperature [82]. Sperimentalmente è stato osservato che modificando i PMT, depositando strati metallici sul

Ar	N_2	Xe
-185.87	-195.79	-108.05

Tabella 9.1: Temperature di fusione (^{0}C)per Ar, N_2 e Xe, ad una pressione atmosferica.

fotocatodo, la resistività può essere ridotta [83]. I PMT R6041 utilizzati durante il test al PSI, sono stati sviluppati per funzionare alla temperatura di fusione dello xenon liquido e raccogliere la luce di scintillazione nel VUV. Tuttavia dall'analisi preliminare, presentata nel capitolo 6, è risultata una forte dipendenza della risposta dei PMT dalla corrente anodica. Il fondo di neutroni nell'area sperimentale, associato al fascio, induce un effetto nel rivelatore che riduce la risposta fornita dai PMT. Ci proponiamo di presentare i risultati ottenuti confrontando il comportamento dei PMT di tipo R6041, con quelli di tipo R9288, utilizzando il segnale di due LED, uno dei quali simula la corrente anodica indotta dal fondo neutronico.

9.2 Apparato sperimentale e procedura di misura

Il PMT da studiare, le sorgenti di luce, costituite da due LED blu, ed il termometro a resistenza di platino (pt100) sono montati all'interno del criostato, riempito di argon gassoso. Attorno alle pareti del volume interno, è saldato un cilindro di rame, sul quale è avvolta la serpentina nella quale fluisce azoto, per il raffreddamento, e sul quale sono montate quattro resistenze, per il riscaldamento del dispositivo (Figura 9.1). Tra la parete interna ed esterna, entrambe di acciaio inossidabile, viene creato il vuoto, per l'isolamento termico (Figura 9.2). Questo è ottenuto mediante una pompa rotativa insieme ad una pompa turbo-molecolare, permettendo di raggiungere un livello di pressione fino a 10^{-8} mbar; la misura della pressione è eseguita mediante una testa pirani. Lo schema criogenico è presentato in Figura 9.3.

L'uso di Ar gassoso permette di eseguire delle misure a diverse temperature, comprendendo quella dello Xe liquido. In Tabella 9.1 riportiamo le temperature di fusione ad una atmosfera per Ar, N_2 e Xe. La procedura di misura può essere schematizzata come segue. Uno dei due LED, detto di misura, è

Figura 9.1: Schema del cilindro di rame saldato attorno al volume interno del criostato, sul quale è avvolta la serpentina per il raffreddamento, e sul quale sono montante le 4 resistenze, per il riscaldamento.

comandato da un generatore d'impulsi, alla frequenza di 10 o 50 Hz. L'altro LED, detto di affollamento, è impulsato ad una frequenza compresa tra 4-40 KHz, e acceso, per un certo intervallo di tempo, durante l'acquisizione dei dati. Prima di eseguire la misura, i parametri dei LED sono impostati affinchè il segnale letto dal PMT sia, separatamente per entrambi, di circa 300 mV con larghezza pari a 40 ns per il LED di misura, e 300 mV o 1 V con larghezza di 20 ns per il LED di affollamento. Fissata la temperatura, sono eseguite misure per diversi valori della corrente anodica, scelta variando la frequenza del LED di affollamento. Durante ogni run di dati sono registrati 20000 eventi, 10000 dei quali in presenza di affollamento. Ogni run di dati è preceduto dall'acquisizione di un run di piedistallo, nelle stesse condizioni di affollamento. Lo schema elettronico è riportato in Figura 9.4.

9.3 Discussione e Risultati

I due tipi di PMT studiati sono il R6041 e ed il R9288. Le caratteristiche dei PMT R6041 sono state già riportate nel capitolo 6. In Tabella 9.2 ri-

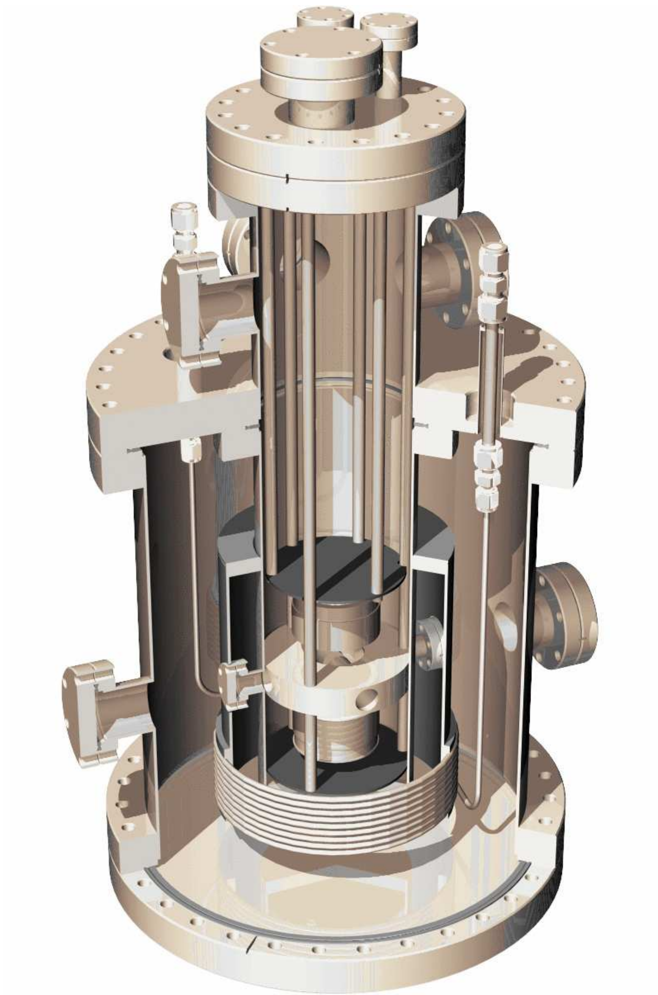


Figura 9.2: Schema in trasparenza dei volumi che costituiscono il criostato.

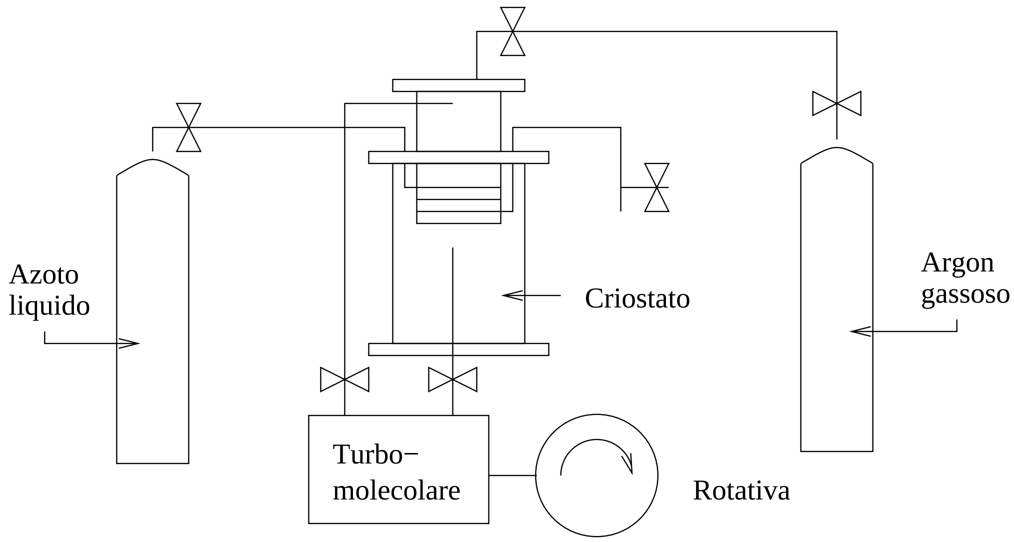


Figura 9.3: Schema dell'apparato criogenico.

portiamo quelle relative ai PMT R9288. I secondi si differenziano dai primi sia per i diversi fotocatodi (rispettivamente K-Cs-Sb e Rb-Cs-Sb) sia perché sui fotocatodi dei PMT di tipo R9288 sono state depositate delle strisce di alluminio, per ridurre la resistenza fotocatodica a bassa temperatura.
Entrambi i tipi di PMT manifestano una riduzione del segnale di uscita al diminuire della temperatura ed all'aumentare della corrente anodica media I_a.
In Figura 9.5 riportiamo quanto osservato in condizioni di affollamento, relativamente al PMT R6041. Alla temperatura T=-105^{0}C e per I_a=0.8 μA, si osserva una riduzione del segnale di circa il 20 %. La riduzione è calcolata interpolando i dati, durante l'affollamento, mediante la funzione $f = A + Be^{-Cx}$ (Figura 9.6). Il rapporto A/(A+B), che chiameremo 'plateau/peak', indica la frazione di segnale registrata dal PMT, normalizzata all'altezza del segnale in condizioni di non affollamento; la riduzione è allora 1-[A/(A+B)]. A temperatura ambiente T =25^{0}C e nelle stesse condizioni di affollamento non si osserva nessuna variazione rilevante di segnale (Figura9.7).
Ripetiamo l'analisi sui PMT di tipo R9288. Poichè presenteremo i risultati relativi a quattro di questi fotomoltiplicatori, sarà indicato anche il numero di serie. Per questo nuovo tipo, fissati T=-105^{0}C e I_a=1 μA, non si osserva nessun effetto. Tuttavia, aumentando la corrente anodica, riappare il feno-

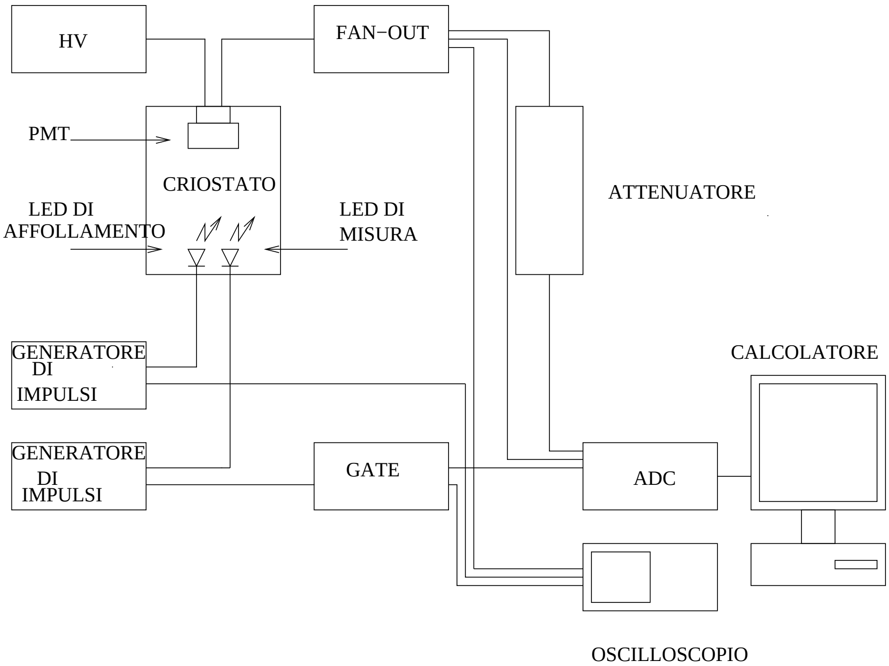


Figura 9.4: Diagramma a blocchi dell'elettronica utilizzata per l'acquizione dei dati.

Diametro PMT	57 mm
Materiale fotocatodo	K-Cs-Sb
Diametro area effettiva	46 mm
QE a 165 K	$\approx 20\%(a\ 175$ nm)
Tipo di dinodo	canale metallico
Numero di stadi	12
H.V. tipica	800 V
Amplificazione in corrente	$\approx 10^6$
Larghezza della distribuzione del tempo di transito	750 ps (FWHM)

Tabella 9.2: Proprietà dei PMT Hamamatsu R9288.

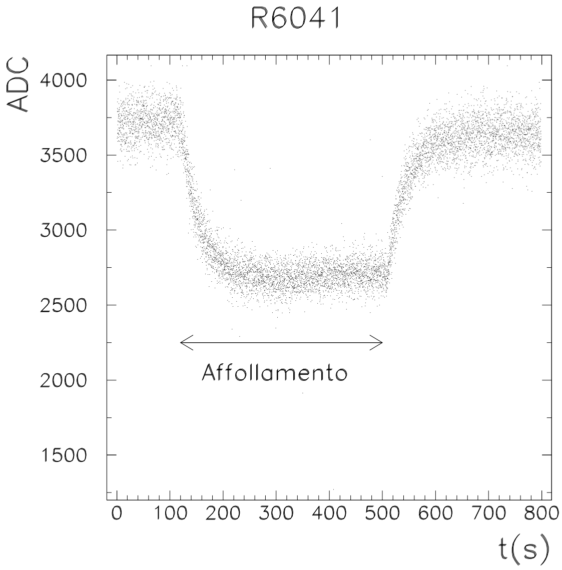


Figura 9.5: Riduzione del segnale osservata nei PMT di tipo R6041, per T=-105^{0}C e per I_a=0.8 μA.

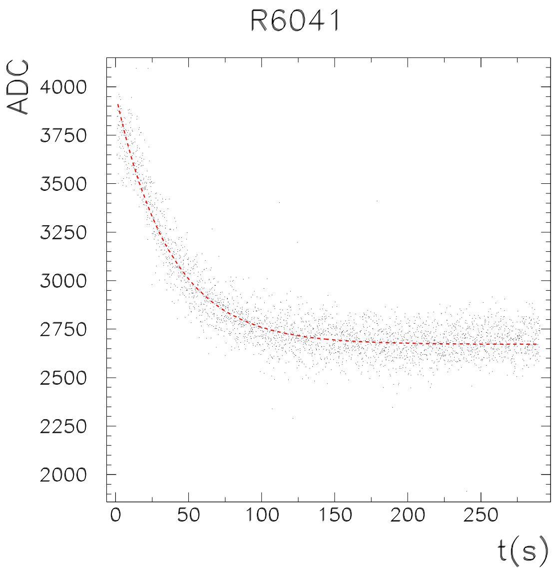


Figura 9.6: Misura della carica registrata dal PMT R6041, per T=-105^{0}C e per I_a=0.8 μA. La riduzione della risposta del PMT, in condizioni di affollamento, è di circa il 20%.

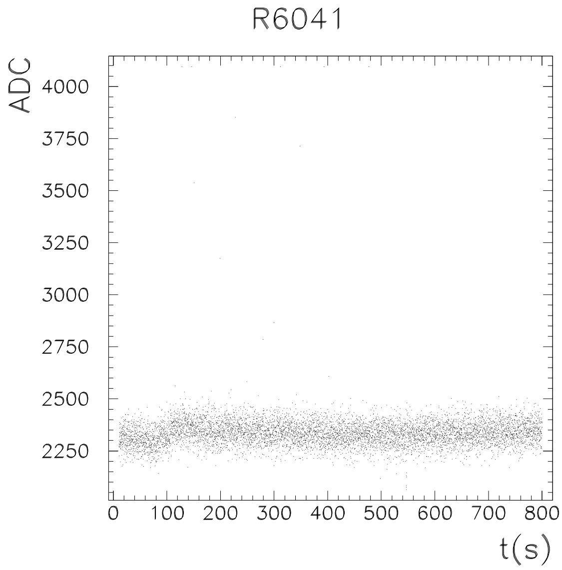


Figura 9.7: Carica letta dal PMT R6041 per T=25^{0}C e per I_a=0.8 μA. Non c'è riduzione del segnale.

meno della riduzione del segnale. L'aumento di I_a rende più evidenti anche gli effetti di sovralinearità (vedi Figura 9.8). Indichiamo con questo termine una variazione relativa del guadagno positiva per valori a $I_a/I_p \geq 1\%$. Nelle nostre condizioni, la corrente del partitore I_p è di circa 50 μA e, per correnti anodiche I_a maggiori o uguali di 4μA, il rapporto I_a/I_p risulta maggiore del 10%; ci aspettiamo quindi che questi effetti siano presenti. In Figura 9.9 riportiamo quanto osservato, per 4 valori della corrente anodica $I_a = 4,\ 8,\ 12\ ,16\ \mu$A, rispettivamente in nero, rosso, verde e blu. Sono visibili due effetti: l'aumento relativo del segnale, appena si accende il LED di affollamento, e la sua progressiva riduzione successiva. Il primo è dovuto alla sovralinearità (l'effetto è molto accentuato per $I_a = 16\ \mu$A), il secondo alle basse temperature ed alla corrente anodica media. A temperatura ambiente è possibile separare i due effetti, come appare dalla Figura 9.10, dove in condizioni di affollamento, è presente solo l'aumento del segnale. In Figura 9.11 riportiamo quanto osservato per il TB0171 per due diverse correnti anodiche al variare della temperatura. L'effetto è evidente per I_a=4μA, come confermato eseguendo più misure successive. Fissata la temperatura, la riduzione del segnale in funzione della corrente anodica è presentata in Figura 9.12, relativamente a

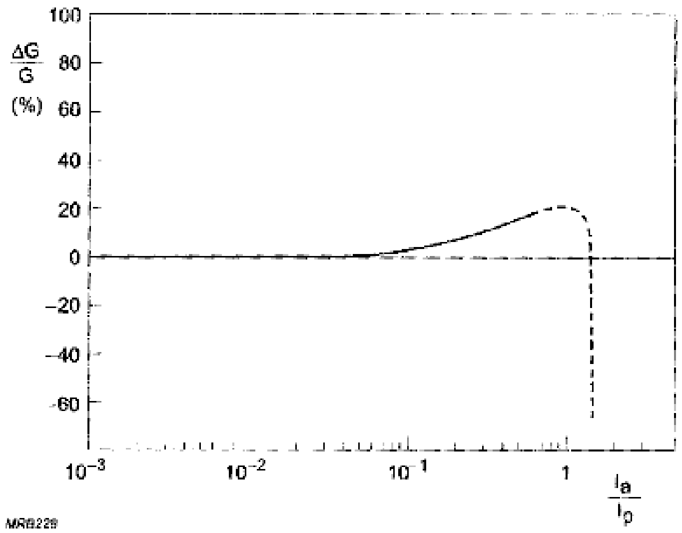


Figura 9.8: Variazione positiva del guadagno in funzione del rapporto $\mathrm{I_a}/\mathrm{I_p}$ (sovralinearità), fornito dalla PHOTONIS.

due diverse temperature. La riduzione del segnale è stata osservata anche in altri 3 PMT. In Figura 9.13 riportiamo, come ulteriore esempio, le misure eseguite utilizzando il PMT TB591.

I risultati più importanti sono sintetizzati in Figura 9.14 e suggeriscono che, sebbene i nuovi PMT manifestino un miglior comportamento rispetto ai PMT R6041, a parità di condizioni, devono essere eseguiti ulteriori studi per assicurare prestazioni adeguate alle attuali esigenze sperimentali.

9.4 Correnti anodiche indotte dal fondo nel Large Prototype e nel rivelatore finale

I risultati degli studi mostrati nel capitolo 6 e quelli qui presentati sono di fondamentale importanza per la riuscita dell'esperimento MEG. E' necessario garantire stabilità all'apparato e quindi migliorare i PMT e ridurre il segnale indotto dal fondo. E' possibile stimare la corrente anodica media associata al fondo di neutroni termici, nel caso del LP, usufruendo di una misura del numero di conteggi di questi, nell'area sperimentale $\pi E5$ $\phi_n = 15 \pm 4$

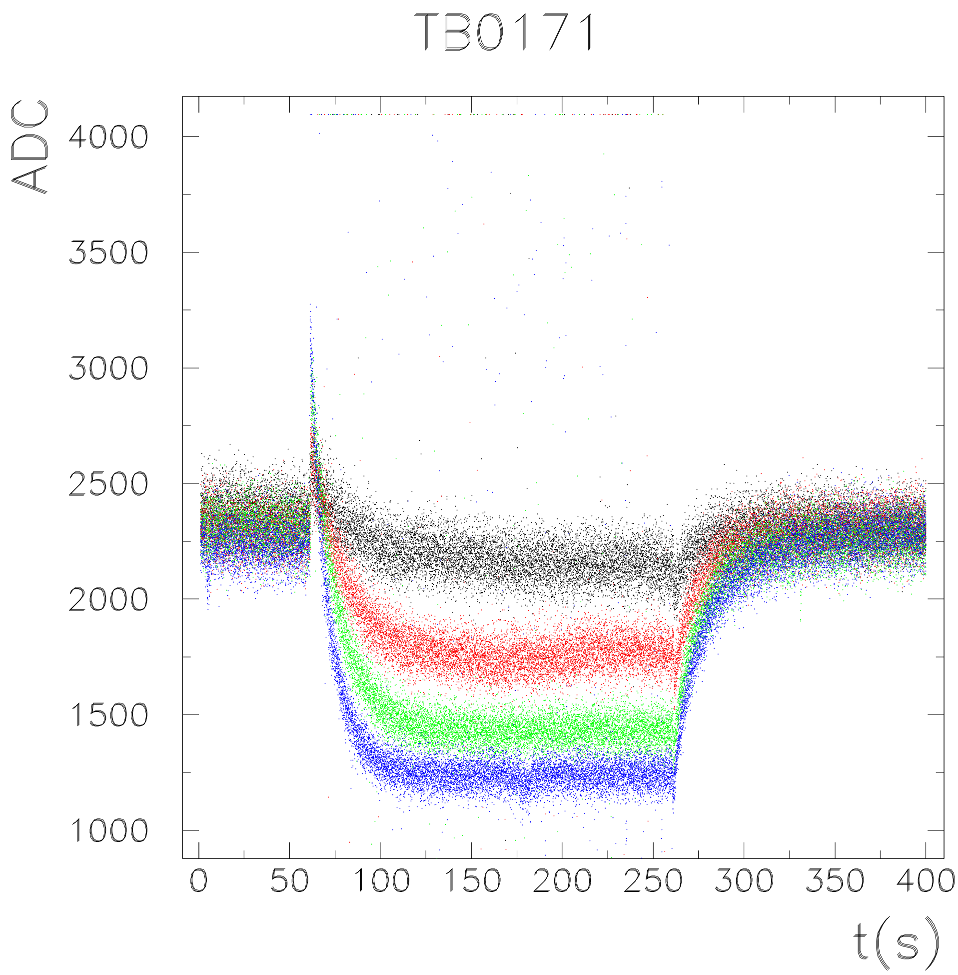


Figura 9.9: Riduzione del segnale di uscita del PMT in condizioni di affollamento, relativo a 4 valori della corrente anodica: 4, 8, 12, 16 μA rispettivamento in nero, rosso, verde e blu.

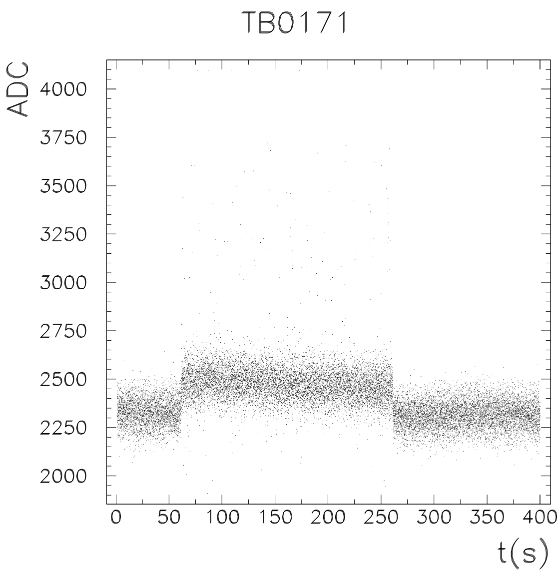


Figura 9.10: Sovralinearità a temperatura ambiente per $I_a = 4\ \mu$A e $I_p = 53\ \mu$A.

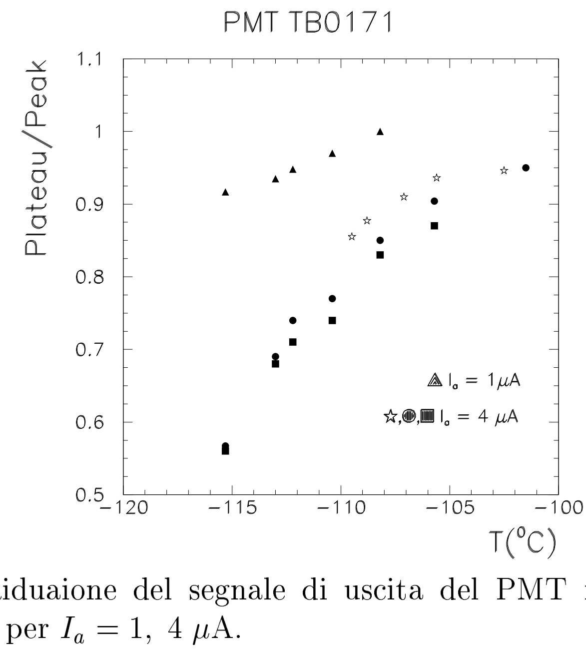


Figura 9.11: Riduaione del segnale di uscita del PMT in funzione della temperatura T, per $I_a = 1,\ 4\ \mu$A.

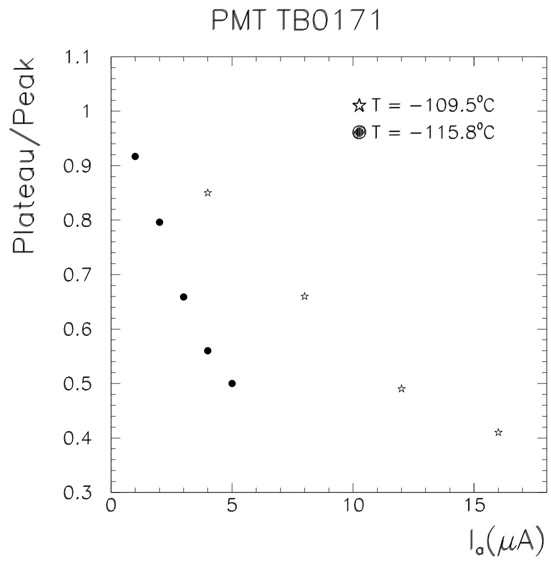


Figura 9.12: Dipendenza della riduzione del segnale d'uscita del PMT in funzione della corrente anodica, per due diverse temperature T=-109.5^0 C e T=-115.8^0 C.

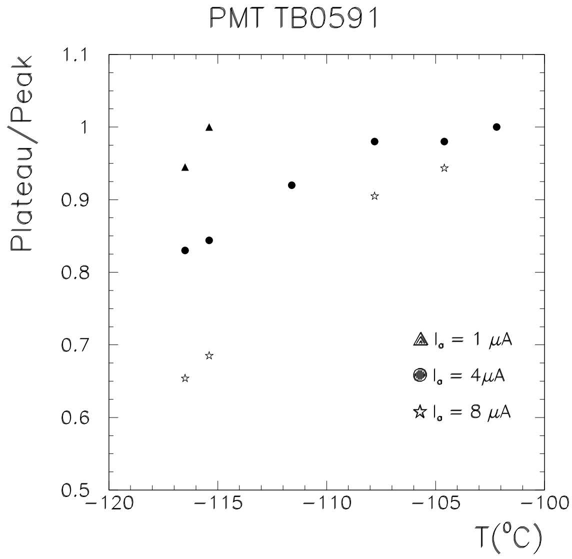


Figura 9.13: Dipendenza della riduzione del segnale d'uscita del PMT in funzione della temperatura, per $I_a = 1,\ 4,\ 8\ \mu$A.

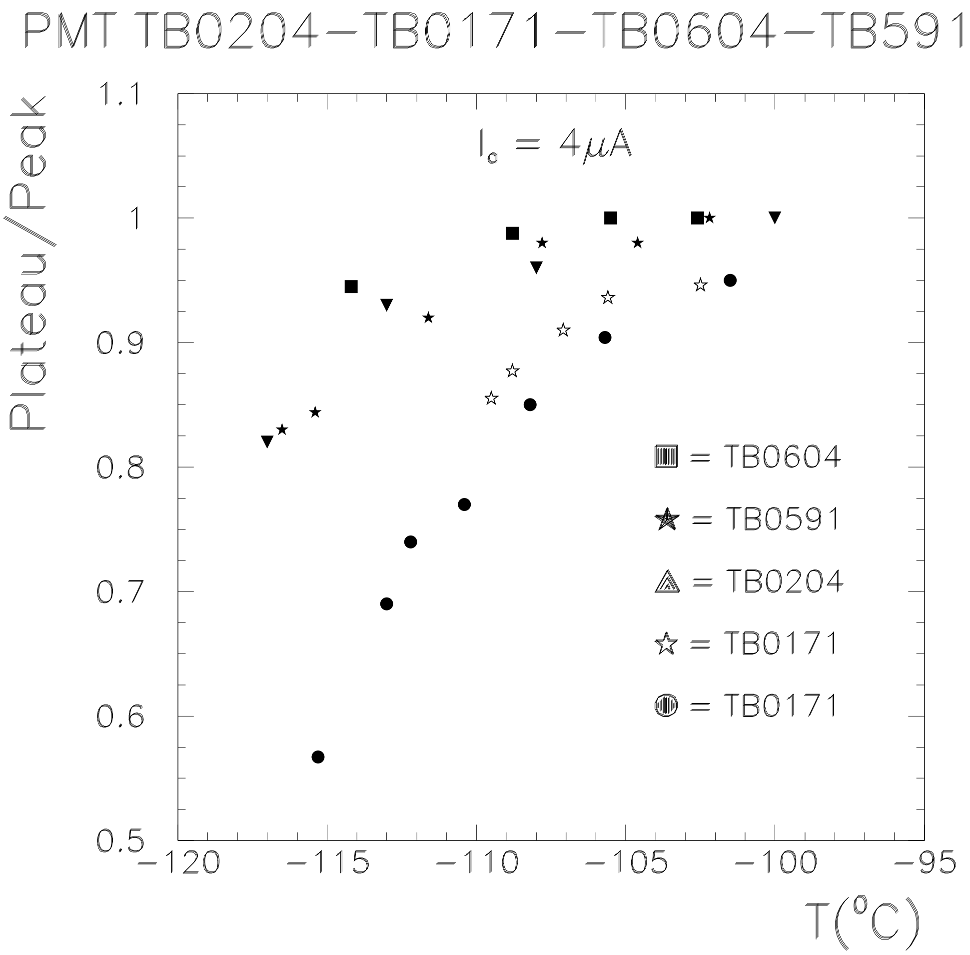


Figura 9.14: Dipendenza della riduzione del segnale d'uscita dei 4 PMT in funzione della temperatura, per $I_a = 4,\ \mu$A.

n cm^{-2}s^{-1} [80]. L'ipotesi di partenza, per eseguire questo calcolo, è assumere che il valore di ϕ_n misurato nell'area $\pi E5$, dove sarà montato l'esperimento finale, sia lo stesso nell'area $\pi E1$, dove è stato eseguito il test del prototipo del calorimetro. L'energia che, nell'unità di tempo, è depositata all'interno del calorimetro, nell'ipotesi che un neutrone rilasci un'energia media di 4.5 MeV, è data dall'espressione:

$$P_n = \phi_n \times S \times \overline{E} = 16 \times 10150 \times 4.5MeV/s \approx 7.3 \times 10^5 MeV/s \qquad (9.1)$$

dove ϕ_n è il flusso di neutroni per unità di tempo e di superficie, S la superficie del prototipo ed $\overline{E}$ l'energia media depositata dai neutroni. Il cammino libero medio da cattura di neutroni termici su Xe è $\lambda \approx 3$ cm e quindi il processo di cattura è prossimo alle pareti del calorimetro. L'energia totale E_{tot} rilasciata dalla diseccitazione dello Xe, indotta da cattura di neutroni termici, è pari a 9.3 MeV. L'energia media depositata dai neutroni nel rivelatore $\overline{E}$ è stimata assumendo che solo il $\approx 50\%$ dell'energia totale E_{tot} sia depositata all'interno del volume sensibile del rivelatore. Il numero di fotoni di scintillazione visti da ciascun PMT è ottenuto assumendo che per ogni MeV di energia depositata siano prodotti circa 40000 fotoni di scintillazione (vedi capitolo 3). Includendo la copertura fotocatodica CF e l'efficienza quantica QE, il numero di fotoelettroni raccolti da ogni PMT è:

$$N_{phe} = P_n \times 40000 \times CF \times QE \times \frac{1}{264} \approx 3.3 \times 10^6 phe/s \qquad (9.2)$$

dove 264 indica il numero di PMT montati nel LP. Assumendo un guadagno g=10^6, la corrente anodica associata ad ogni PMT è:

$$I_a = N_{phe} \times g \times e \approx 0.5\mu A \qquad (9.3)$$

dove e indica la carica dell'elettrone. E' possibile ripetere un calcolo analogo relativo al calorimetro finale. In questo caso la stima di I_a, associata ai neutroni termici, è maggiore di circa un fattore 6 rispetto a quella calcolata nel LP, $I_a \approx$2.5-3 μA. Per l'esperimento finale è necessario tener conto anche del fondo associato al decadimento radiativo del muone ($\mu^+ \rightarrow e^+\gamma\nu_e\overline{\nu}_\mu$). Il numero di fotoni al secondo visti dal calorimetro è:

$$R_\gamma = R_\mu \times 0.05 \times \frac{\Delta\Omega}{4\pi} = 1.8 \times 10^5 \gamma/s \qquad (9.4)$$

dove R_μ è il numero di conteggi per unità di tempo dei muoni e $\Delta\Omega/4\pi = 12\%$ è la copertura dell'angolo solido del rivelatore. L'energia media depositata dai fotoni del decadimento radiativo, ottenuta dalla simulazione Monte Carlo, è di circa 8 MeV. Tenendo conto del numero di fotoni di scintillazione prodotti per un deposito di energia di un MeV, della CF, della QE, il numero di fotoelettroni raccolti per unità di tempo da ciascun PMT è:

$$N_{phe} = R_\gamma \times 8 \times 40000 \times QE \times CF \times \frac{1}{848} \approx 1.66 \times 10^6 phe/s \tag{9.5}$$

con 848 pari al numero di PMT montati nel rivelatore finale, da cui si ricava:

$$I_a = N_{phe} \times g \times e \approx 0.3 \mu A \tag{9.6}$$

In conclusione la corrente anodica attesa nell'esperimento finale, ottenuta sommando il contributo del segnale e del fondo, è di circa 4 μA. Se deve essere $\mathrm{I_a/I_p} \leq 1\%$, poichè $I_p \approx 70$ μA, è necessario ridurre il flusso di neutroni termici mediante opportuni schermaggi. Ulteriori studi devono essere eseguiti per valutare gli effetti di un eventuale segnale indotto da neutroni veloci.

Capitolo 10

Metodi di calibrazione per il calorimetro finale

Una risoluzione in energia $\Delta E(FWHM)/E = 4\%$ a circa 50 MeV richiede un frequente e preciso monitoraggio della stabilità e della calibrazione in energia del calorimetro a Xe liquido, anche durante l'acquisizione dei dati. L'alta intensità del fascio ($\approx 10^8\ \mu^+/s$) e le sue possibili variazioni, il grande numero di particelle presenti nel rivelatore, dovuto ai fondi di neutroni e fotoni, possono indurre fenomeni di instabilità. Altri effetti da tenere sotto controllo sono: le modifiche delle proprietà del fotocatodo dei PMT (QE e resistività) a basse temperature e le sue possibili conseguenze; cambiamenti delle amplificazioni dei PMT causati da variazioni della corrente anodica. In questo senso lo sviluppo di efficienti tecniche di calibrazione è di fondamentale importanza per assicurare una risposta ottimale del rivelatore finale. Presenteremo alcune di queste possibili tecniche, poichè richiederemo l'utilizzo di più metodi di calibrazione complementari, per il controllo della stabilità dei PMT e della qualità del mezzo di scintillazione.

10.1 Metodi di calibrazione

La dipendenza della risposta dei PMT dall'intensità del fascio (capitolo 6), il segnale di uscita dei PMT in funzione della temperatura e delle correnti anodiche (capitolo 9), la dipendenza della risoluzione in energia dalla valutazione delle efficienze quantiche e dei guadagni dei PMT (capitolo 7) evidenziano la necessità di eseguire frequenti e precise calibrazioni dell'apparato finale.

Gli eventi fisici utilizzati ai fini di una calibrazione devono generare energie di almeno qualche MeV. Le particelle α da sorgenti di Am, con energia di 5.53 MeV (già usate per il LP), i fotoni da 4.4 MeV da sorgenti di Am/Be (capitolo 8), forniscono due possibili soluzioni. Fotoni di energia maggiore possono essere ottenuti da processi di cattura di neutroni termici o mediante attivazione da neutroni. Queste soluzioni richiedono l'uso di sorgenti di neutroni come Am/Be oppure i generatori di neutroni impulsati. Nel primo caso lo spettro di neutroni è continuo e copre l'intervallo in energia fino a 10 MeV; nel secondo caso l'energia dei neutroni è di 2.5 MeV o 14 MeV, a seconda che la reazione di produzione sia la fusione d(d,n)^{3}He oppure t(d,n)^{4}He (rispettivamente caratterizzate dal Q-valore Q=3.27 MeV e Q=17.59 MeV). Questi generatori possono funzionare in continua oppure in modo impulsato (tipicamente alla frequenza di 10 Hz con larghezza degli impulsi di 1 μs) e produrre fino a 10^{10} n/s. Il grande vantaggio offerto da questi dispositivi è la possibilità di attivare le calibrazioni semplicemente mediante l'accensione e lo spegnimento del generatore di neutroni. Inoltre è noto l'istante di emissione del fiotto di neutroni.

10.2 Cattura di neutroni termici

Tra i vari nuclei bersaglio sui quali fare incidere neutroni termici lo Xe ed il Ni sono quelli più convenienti. Lo Xe perché, fra l'altro, costituisce il materiale più abbondante nel rivelatore, il Ni perché, per bombardamento neutronico, emette con un'elevata probabilità fotoni da 9 MeV. I neutroni prodotti dalle sorgenti di Am/Be o dal generatore impulsato devono essere termalizzati. Il polietilene CH_2 è una possibile scelta di moderatore. Il numero di urti richiesti per termalizzare neutroni di 10 MeV è ≈ 28 ed il cammino libero medio è di ≈ 7.8 cm. E' richiesto quindi almeno uno spessore di 10 cm di polietilene.

10.2.1 Cattura su xenon

La cattura di neutroni su Xe è caratterizzata da righe di singola emissione di energia inferiore al MeV. Solo la somma di tutte le righe dà un valore dell'energia totale utile corrispondente a $E_{tot} = \sum_i E_i^\gamma = 9.3$ MeV. Poichè la lunghezza di assorbimento dei neutroni termici in Xe è $\lambda_{ass} \approx 3$ cm, ci si attende che la cattura avvenga in prossimità delle pareti del calorimetro e,

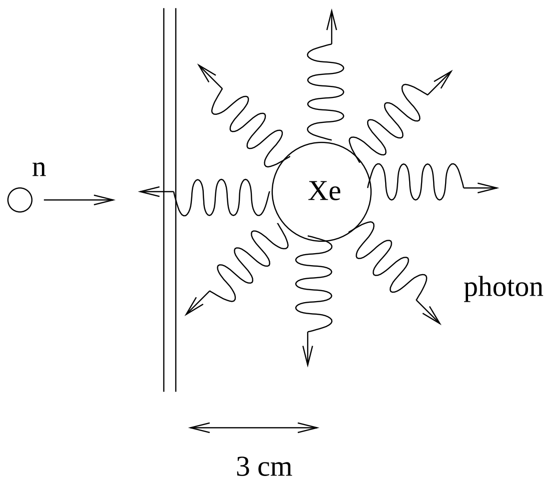


Figura 10.1: Cattura dei neutroni termici su Xe in prossimità delle pareti del rivelatore.

Reazione	Abbondanza%	Sezione d'urto di cattura (b)	E_γ
^{58}Ni(n, γ)^{59}Ni*	67.88	4.4	9.000
^{60}Ni(n, γ)^{61}Ni*	26.23	2.6	7.820
^{62}Ni(n, γ)^{63}Ni*	3.66	15	6.838
^{64}Ni(n, γ)^{65}Ni*	1.08	1.52	6.098

Tabella 10.1: Alcune proprietà degli isotopi del Ni.

quindi, parte dei fotoni possano fuoriuscire dal rivelatore (vedi Figura 10.1). Il vantaggio di questa soluzione è che lo Xe è contemporaneamente bersaglio e rivelatore.

10.2.2 Cattura su nichel

A differenza dello Xe, il Ni è caratterizzato da singole righe di emissione molto intense nell'intervallo di energie di nostro interesse. In Tabella 10.1 riportiamo l'abbondanza isopotica naturale di questo elemento, le sezioni d'urto di cattura e le righe di emissione più intense, relative a ciascun isotopo. In particolare per l'isotopo più abbondante riportiamo in Figura 10.2 il diagramma dei livelli nucleari associati alla reazione ^{58}Ni(n, γ)^{59}Ni*. E' rila-

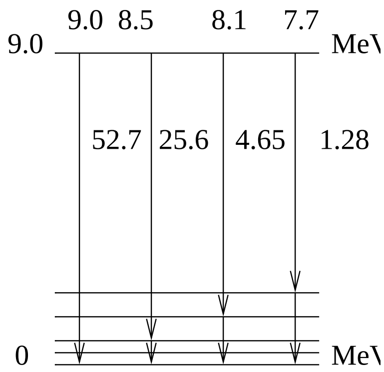


Figura 10.2: Diagramma delle transizioni più probabili nucleari associate alla reazione ^{58}Ni$(n, \gamma)^{59}$Ni*.

sciata un'energia di 9 MeV mediante l'emissione di un singolo fotone con una probabilità del 52.7%. Questa riga è la più intensa tra tutte quelle prodotte dagli altri isotopi. L'uso di lastrine di Ni, fissate in varie posizioni sulle pareti del calorimetro, appare una soluzione molto interessante.

10.3 Attivazione mediante neutroni

Il processo di attivazione mediante neutroni può essere schematizzato come segue. Un nuclide stabile ^{A}Z (nucleo bersaglio) cattura un neutrone ed il nuclide radiattivo prodotto $^{A+1}$Z (nucleo composto) decade β, accompagnato dall'emissione di fotoni. Quest'ultimi sono comunemente indicati con il nome di 'fotoni ritardati', poichè emessi con il tempo caratteristico che è quello del decadimento β, distinti quindi dai fotoni 'prompt', emessi al momento della formazione del nucleo composto. Due utili reazioni, che producono fotoni nella regione di energia d'interesse sono ^{19}F$(n, \alpha)^{16}$N e ^{16}O$(n, p)^{16}$N. Fotoni da 6.13 MeV seguono il decadimento β di ^{16}N, con un tempo di decadimento $\tau = 7.2$ s. Entrambe le reazioni richiedono l'uso di neutroni veloci. Sebbene il primo processo sia caratterizzato da un Q-valore negativo (Q = -1.53 MeV), questa reazione ha una sezione d'urto apprezzabile solo per valori dell'energia dei neutroni $E_n > 3$ MeV, a causa dell'emissione di particelle α (per $E_n \approx 5$ MeV la sezione d'urto di cattura è $\sigma_n \approx 150$ mb) [84]. Il secondo processo ha una soglia in energia $E_n = 10.24$ MeV [85].

Lastrine di teflon (CF_2), opportunamente irradiate lontano dal rivelatore, potrebbero essere impiegate quali sorgenti di fotoni da 6.13 MeV. Un fattore limitante è dato dalla breve costante di decadimento. Un sistema di sorgenti liquide, contenente F come contaminante, rappresenta la migliore soluzione al problema. L'applicazione è però legata allo sviluppo di un opportuno apparato criogenico.

10.4 Luce laser UV

L'utilizzo di un laser ad azoto, caratterizzato da una riga di emissione alla lunghezza d'onda $\lambda = 337$ nm, costituisce un'altra possibile opzione di calibrazione. L'energia di emissione del laser non è sufficiente ad eccitare lo Xe (è richiesta un'energia di almeno 8.3 eV, pari a λ =149 nm). L'eccitazione diretta dello Xe e la successiva riemissione alla sua lunghezza di scintillazione potrebbero essere ottenuti mediante duplicatori di frequenza, ma in questo caso è difficile trasmettere la luce all'interno del calorimetro, per mancanza di fibre ottiche adeguate, funzionanti nel VUV. Per $\lambda = 337$ nm il trasporto della radiazione può essere invece fatto mediante fibre di quarzo, per cui la radiazione può essere trasporta all'interno del rivelatore ed isotropizzata mediante un piccolo diffusore. Questa tecnica permette di eseguire solo misure di efficienza quantica relativa e di guadagno. Lo spettro della trasmittanza della finestra di quarzo del PMT si sovrappone alla coda dello spettro di scintillazione dello Xe (Figura 10.3). Il deposito del fotocatodo, ottenuto per evaporazione, potrebbe non essere lo stesso per tutti i PMT; di conseguenza il rapporto $QE(337)/QE(178)$ potrebbe non essere costante per tutti i PMT, rendendo quindi una misura a 337 nm non sufficiente a predire la QE nel VUV.

10.5 Bersaglio ad idrogeno liquido

La reazione di scambio carica di pioni negativi su protoni costituisce un utile strumento per la calibrazione del calorimetro finale. Tuttavia, a causa della complessità dell'esperimento nelle sue normali condizioni di funzionamento, è difficile poter contare su frequenti calibrazioni mediante fotoni da pioni neutri, incidenti sulla parete normale d'ingresso. Un'interessante proposta è di fare incidere questi fotoni sulla parete posteriore del rivelatore, generando π^0

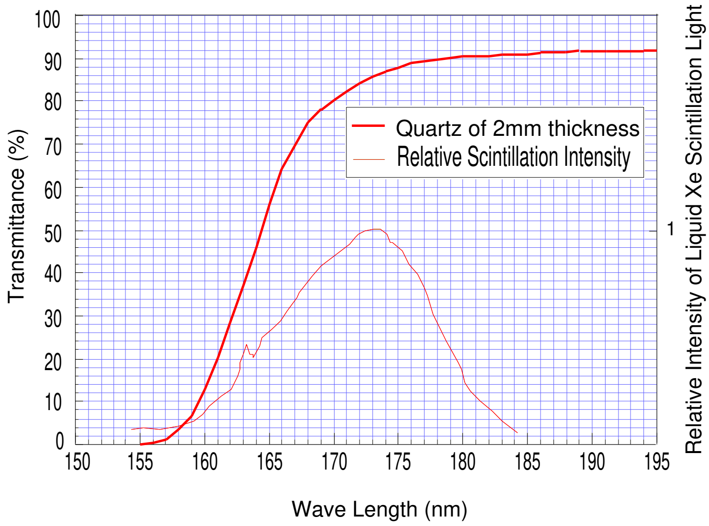


Figura 10.3: Trasmittanza della finestra di quarzo dei PMT R6041 e spettro di scintillazione dello Xe in unità arbitrarie.

mediante un fascio parassita di π^- sul retro dell'esperimento (Figura 10.4). Questa soluzione richiede ulteriori studi. La copertura fotocatodica del rivelatore finale non è uniforme. Questa calibrazione da 'dietro' richiede che almeno nella regione su cui arrivano i fotoni 'di calibrazione' sia riprodotta la stessa copertura fotocatodica presente sulla parete normale d'ingresso. Mediante un collimatore ed un muro di piombo è possibile selezionare questa regione. Studi preliminari mediante il metodo di Monte Carlo sembrano confermare la possibilità di questa soluzione. L'uso di fotoni da decadimento del π^0 come metodo di calibrazione, quindi di energia prossima a quella dei fotoni emessi dal 'segnale' relativo al decadimento $\mu^+ \to e^+\gamma$, presenta il rischio di introdurre nel rivelatore un nuovo tipo di fondo. Se le misure di calibrazione sono temporalmente separate da quelle del segnale, ciò non costituisce un problema.
Nel caso si calibrazioni in contemporanea con le misure del segnale è importante notare che il rivelatore NaI, usato in coincidenza con il calorimetro a LXe, permette di coprire una regione angolare tale da identificare tutti i fotoni di decadimento del π^0, sia quelli accettati all'interno del calorimetro, sia quelli emessi in altre direzioni. In questo modo i fotoni di 'calibrazione' possono essere distinti da quelli relativi a qualsiasi altro evento.Il metodo

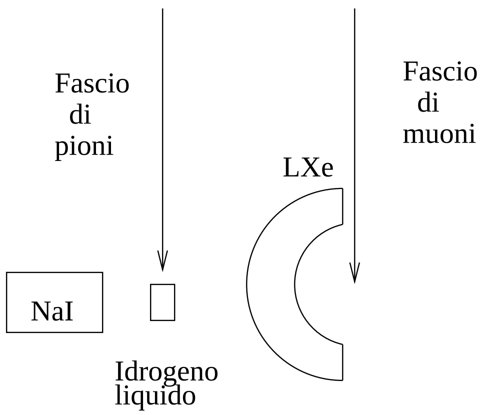


Figura 10.4: Calibrazione mediante fotoni che incidono sulla parete posteriore del rivelatore.

proposto permette di controllare, alle energie di maggiore interesse, la risoluzione in energia del calorimetro e quindi la qualità e la stabilità delle proprietà ottiche dello Xenon liquido. Altro importante elemento associato al metodo è la possibilità di ben definire e controllare una scala di energie per i fotoni misurati dal calorimetro.

10.6 Fili di calibrazione mediante ^{210}Po

Le particelle α emesse da una sorgente di ^{241}Am hanno un'energia di 5.54 MeV. Come è stato già discusso nel capitolo 6, l'energia effettiva depositata nel calorimetro è di soli 2.8 MeV, a causa del breve range delle α in Xe liquido. Depositando delle sorgenti α di ^{210}Po su dei fili metallici, immersi nello Xe e fissati agli estremi delle pareti del rivelatore, è possibile raccogliere tutti i fotoni di scintillazione emessi. L'energia delle α da ^{210}Po è di 5.3 MeV, confrontabile con quella delle α da ^{241}Am. L'uso di questa tecnica permette di eseguire misure di QE e di risoluzione in energia e posizione. La calibrazione può essere eseguita frequentemente durante l'acquisizione dei dati ed ha il grande vantaggio che sia utilizzata luce di scintillazione dello Xe, indotta dalle α. Utilizzando più fili è possibile monitorare tutto il calorimetro. Inoltre, disponendo due o più sorgenti radiattive su un unico filo, possono essere eseguite anche misure della lunghezza di assorbimento e di diffusione della luce emessa per scintillazione nello Xe.

10.7 Controllo della stabilità di sorgenti alfa di ^{241}Am

La calibrazione mediante sorgenti α di ^{241}Am costringe ad immergere tali sorgenti nello Xe liquido. E' necessario quindi assicurarsi che dette sorgenti siano stabili quando così sollecitate ed usate in condizioni non garantite dai produttori. Presso i laboratori della Casaccia (ENEA), sorgenti di ^{241}Am con attività di 3KBq sono state studiate mediante una serie di controlli. Sono stati eseguiti test per strofinio, ponendo la sorgente a contatto con fluidi non aggressivi e aggressivi (come alcool o acetone), immergendo la sorgente rapidamente in azoto liquido e progressivamente prolungando i tempi. E' stato così determinato un limite superiore di dispersione della sostanza radiaottiva nel mezzo (azoto liquido) di $\approx$ 0.03 Bq al 95% C.L. [86]. Questi risultati mostrano che è effettivamente possibile l'impiego di dette sorgenti in Xe liquido.

Conclusioni

I parametri ottici dello Xe liquido sono grandezze poco note nella regione di emissione sotto eccitazione da particelle ionizzanti (VUV). Usando dati ottenuti in condizioni fisiche diverse da quelle richieste per l'esperimento MEG, è stata proposta una procedura di estrapolazione, per la quale è definita la regione di applicabilità, che permette di utilizzare tali misure per derivare le proprietà ottiche dello Xe liquido nel VUV. In particolare il valore ottenuto dell'indice di rifrazione, estrapolato alla frequenza di scintillazione dello Xe, è $n = 1.65 \pm 0.025$. Inoltre è stata derivata un'utile relazione tra λ_{R} ed n. I risultati ottenuti sono in accordo con i valori sperimentali disponibili.
Mediante la reazione di scambio carica di pioni negativi su protoni è stata studiata la risposta del prototipo del calorimetro a Xe liquido, ad energie prossime a quelle attese dal processo $\mu^+ \to e^+\gamma$ (52.8 MeV). E' stato ottimizzato il bersaglio ad idrogeno liquido. La risoluzione in energia, ottenuta in condizioni di calibrazione del rivelatore non ottimali, è stata $\Delta E(FWHM)/E = (5.1 \pm 0.6)\%$. Questo risultato ci permette di essere confidenti sul raggiungimento di $\Delta E(FWHM)/E \approx 4\%$ in condizioni controllate.
E' stata studiata la risposta dei PMT, durante il test del prototipo e mediante un apparato criogenico, evidenziando l'importanza del monitoraggio del calorimetro anche durante l'acquisizione dei dati. L'alta intensità del fascio ($\approx 10^8$ μ^+/s) e le sue possibili variazioni, il grande numero di neutroni e fotoni, il comportamento dei PMT a basse temperature, possono indurre fenomeni di instabilità del rivelatore.
Tecniche di calibrazioni frequenti ed efficaci sono quindi necessarie per raggiungere le risoluzioni prefissate. Sono state presentate alcune di queste tecniche.

Bibliografia

[1] A.Di Giacomo *Lezioni di fisica teorica* edizioni ETS (1992).

[2] F. Halzen and A.D. Martin *Quarks & Leptons:an introductory course in modern partivcle physics* Edition Wiley (1984).

[3] Y. Kuno and Y. Okada *Reviews of Modern Physics*, Vol. 73, 151 (2001).

[4] F. Bohem and P. Vogel *Physics of massive neutrinos* Cambrige University Press (1992).

[5] K.Eguchi et al., The KamLAND collaboration, *First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance*, hep-ex/0212021.

[6] E.P. Hincks and B. Pontecorvo *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 73, 246 (1947).

[7] G. Feinberg *Phys. Rev.*, Vol. 116, 1482 (1958).

[8] S. Lokonathan and J. Steinberger *Phys. Rev.*, Vol. 98, 240 (1955).

[9] B. Pontecorvo *ZhEFT*, Vol.39, 1166 (1960).

[10] G.Danby et al. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 9, 36 (1962).

[11] P. Depommier et al. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 39, 1113 (1977).

[12] A. Van der Schaaf et al. *Nucl. Phys. A*, Vol. 340, 249 (1980).

[13] W.W. Kinnison et al. *Phys. Rev. D*, Vol. 25, 2846 (1982).

[14] R.D. Bolton et al. *Phys. Rev. D*, Vol. 38, 2077 (1988).

[15] M.L. Brooks et al. (MEGA collaboration) *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, 1521 (1999).

[16] A.Baldini et al. *Research Proposal to INFN* (2002).

[17] A.E.Pifer et al. *Nucl. Instr. and Meth.* Vol.35, 39 (1976).

[18] H.W.Reist et al. *Nucl. Instr. and Meth.* Vol.153, 61 (1978).

[19] A.Badertscher et al. *Nucl. Instr. and Meth.* Vol.A238, 200 (1985).

[20] B.Rossi *High energy particles*, Prentice-Hall, New York 1952.

[21] Fornito dalla Hamamatsu Photonics.

[22] *Handbook of Chemistry & Physics*, The Chemical Rubber Company.

[23] A.C. Sinnock and B.L. Smith, *Phys. Rev.*, Vol. 181, 1297 (1969).

[24] L'Air Liquide–Division Scientifique, *Encyclopédie des gaz*, Elsevier, Amsterdam (1976).

[25] Particle Data Book.

[26] L.M. Barkov *et al.*, *Nucl. Istr. and Meth.*, Vol. A379, 482 (1996).

[27] J.L. Subtil, et al., *Phys. Status Solidi*, Vol. B143, 783(1987).

[28] V. Chepel, *Transparencies, IDM2002* York (2002).

[29] T. Doke, Port. Phys., Vol. 12, 9 (1981), reprinted in *Experimental Techniques in High Energy Physics*, T. Ferbel ed. (Addison Wesley, 1987).

[30] T. Doke and K. Masuda *Nucl. Instr. Meth.*, Vol. A420, 62 (1999).

[31] J. Jortner *et al.*, *J. Chem. Phys.*, Vol. 42, 4250 (1965).

[32] N. Schwenter, E.E. Koch and J. Jortner, "Electronic Excitations in Condensed Rare Gases", Springer-Verlag, Berlin 1985.

[33] N. Ishida *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth.*, Vol. A384, 380 (1997).

[34] M. Tanaka et al. *Nucl. Instr. Meth. A*, Vol.457, 454(2001).

[35] S.F. Mughabghab, M. Divadenam and N.E. Holden, *Neutron Cross Sections*, Academic Press New York (1981).

[36] C.J.F.Böttcher, *Theory of electric polarization*, Elsevier Scientific Publishing Company.

[37] H. Fröhlich, *Theory of dielectrics*, Oxford at the Clarendon Press.

[38] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley.

[39] U.Hohm and K. Kerl, *Molecular Physics*, Vol.69, 803(1990).

[40] J.Hout and T.K.Bose, *J. Chem. Phys.*, Vol.95, 2683(1991).

[41] U.Hohm, *Molecular Physics*, Vol.81, 157(1994).

[42] H.J.Achtermann, et al., *J. Chem. Phys.*, Vol.98, 2308(1993).

[43] A.Bideau-Mehu, et al., *J. Quant. Spectrosc. Transfer*, Vol.25, 395(1981).

[44] A.D.Buckingham and J.A.Pople, *Trans. Faraday Soc.*, Vol.51, 1029(1955).

[45] U.Hohm and U.Trümper, *Molecular Physics*, Vol.89, 943(1996).

[46] A.C. Sinnock, *J. Phys. C*, Vol.13, 2375(1980).

[47] P.Laporte and I.T. Steinberger, *Phys. Rev. A*, Vol.15, 2538(1977).

[48] G.M. Seidel, R.E. Lanou, W. Yao, *Nucl. Instr. and Meth. A*, Vol.489, 189(2002).

[49] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, Pergamon Press.

[50] MEG Pisa, *Propeties of Liquid Xenon* 2002.

[51] MEG Pisa, Technical notes 018,http://meg.pi.infn.it.

[52] PAW, CERN Program Library Office.

[53] http://www.meg.psi.ch

[54] P.R.Kettle, MEG Technical notes 21, http://meg.web.psi.ch/docs/index.html.

[55] GEANT 3.21.

[56] J.Spuller et al. *Physics letters* Vol.67B, 479 (1977).

[57] E.Fermi and E.Teller *Physical Review* Vol.72, 399 (1947).

[58] J.A.Bistirlich et al. *Physical Review C* Vol.5, 1867 (1972).

[59] D.Horvat *Radiochimica Acta* Vol.28, 241 (1981).

[60] S.Stanislaus et al. *Nuclear Physics A* Vol.475, 642 (1987).

[61] T.von Egidy and F.J.Hartmann *Physical Review A* Vol.26, 2355 (1982).

[62] T.von Egidy et al. *Physical Review A* Vol.29, 455 (1984).

[63] D.F.Measday *Physics Reports* Vol.354, 243 (2001).

[64] J.C.Sens *Physical Review* Vol.113, 679 (1959).

[65] H.Primakoff *Rev. Mod. Physics* Vol.31, 802 (1959).

[66] T.Suzuki et al. *Physical Review C* Vol.35, 2212 (1987).

[67] L.I.Ponomarev *Sov.J.Nucl.Phy.* Vol.2, 160 (1966).

[68] Z.V.Krumshtein et al. *Sov.J.Nucl.Phy.* Vol.26,906 (1968).

[69] F.W.Scleputz et al. *Physical Review C* Vol.19, 135 (1979).

[70] R.Madey e al. *Physical Review C* Vol.25, 3050 (1982).

[71] E.Gadioli and E.Gadioli Erba *Physical Review C* Vol.36, 741 (1987).

[72] J.F.Crawford et al. *Physical Review D* Vol.43, 46 (1991).

[73] T.J.Bowles et al. *Physical Review C* Vol.23, 439 (1981).

[74] B.Bassalleck et al. *TRI-PP-80-17* (1980).

[75] A.S.Carroll et al. *Physical Review C* Vol.14, 635 (1976).

[76] MEG Pisa, Technical notes 014,http://meg.pi.infn.it.

[77] E.Morikawa et al. *J. Chem. Phys.* Vol.91, 1469 (1989).

[78] A.S. Schlüsser *Appl. Phys. Lett.* Vol.77, 1 (2000).

[79] A. Bay et al. *Nucl. Instr. Meth. A* Vol.271, 497 (1988).

[80] MEG Pisa, Technical Note 022, http://meg.pi.infn.it.

[81] J.W. Marsh et al.*Nucl. Instr. Meth. A*, Vol.366, 340 (1995).

[82] R.Ferreira Marques et al. *Rev. Sci. Instrum.* Vol. 68 (1), 34 (1997).

[83] M.Ichige et al. *Nucl. Istr. and Meth.*, Vol. A327, 144 (1993).

[84] A.Wolf and R.Moreh, *Nucl. Istr. and Meth.*, Vol. 148, 195 (1978).

[85] R.H. Howell, *Nucl. Istr. and Meth.*, Vol. 148, 39 (1978).

[86] Comunicazione privata, Dr. de Felice, Laboratorio per le radiazioni ionizzanti ENEA, 'La Casaccia'.

Ringraziamenti

Desidero ringranziare le persone che, con il loro aiuto e supporto, sono state indispensabili per la realizzazione di questa tesi.
Ringrazio in particolare il prof. Carlo Bemporad per la pazienza e la cura con cui ha seguito lo svolgimento del mio lavoro e la stesura della tesi. Sono molto grata a lui per il tempo che mi ha dedicato e per avermi dato l'opportunità di capire la differenza tra 'sapere' la fisica e 'fare' la fisica.
Ringrazio in particolare Alessandro per la fiducia accordatami durante tutto il tempo trascorso nella collaborazione MEG. I suoi consigli e la sua disponibilità, dimostrata nell'aiutarmi a risolvere le difficoltà incontrate nell'analisi, sono stati di grande importanza.
Un grazie altrettanto riconoscente va al prof. Roberto Pazzi, prof. Franco Sergiampietri, Donato, Fabrizio, Giovanni e Marco. I loro suggerimenti e chiarimenti, le loro attenzioni ed i numerosi confronti sono stati indispensabili per la realizzazione di questa tesi. Sono stata molto fortunata per avere avuto la possibilità di lavorare con loro e conserverò con affetto questa esperienza.
Infine vorrei ringraziare tutte le persone con le quali ho condiviso questi anni di studi: Daniela, Angela, Nicolino, Ersilio, Raffaela, Paolo, Antonella, Martina, Michael, Maria, Massimiliano, Eugenio, i miei amici di Orsomarso e la GiFra di Pisa.
Un grazie particolare va ai miei genitori, ad Alarico, a Vincenzo e Raffaella. Mi sono sempre stati vicini e mi hanno aiutato a superare le varie difficoltà. Infine un grazie particolare è per la zia Mina. Grazie di cuore.